

Wstęp do fizyki cząstek elementarnych

Zestaw 3

1. Wykazać, że parzystość G zdefiniowana na wykładzie dla cząstek z multipletu izospinowego I daje się zapisać, jako $G = (-1)^I C$.
2. Z twierdzenia Eckarta-Wignera wynika, że element macierzowy operatora $O_8^{(8)}$ (operatora transformującego się jak stan $|8\rangle$ w oktetowej reprezentacji) można zapisać jako:

$$\begin{aligned} \langle (\mathbf{8}) Y, I, I_3 | O_8^{(8)} | (\mathbf{8}) Y, I, I_3 \rangle &= \alpha_1 \left(\begin{array}{cc|c} \mathbf{8} & \mathbf{8} & \mathbf{8}_1 \\ 0, 0, 0 & Y, I, I_3 & Y, I, I_3 \end{array} \right) \\ &+ \alpha_2 \left(\begin{array}{cc|c} \mathbf{8} & \mathbf{8} & \mathbf{8}_2 \\ 0, 0, 0 & Y, I, I_3 & Y, I, I_3 \end{array} \right), \end{aligned}$$

gdzie uwzględniono, że w złożeniu dwu reprezentacji oktetowych SU(3) pojawiają się dwie różne nieredukowalne reprezentacje oktetowe $\mathbf{8}_1$ i $\mathbf{8}_2$. Współczynniki Clebscha-Gordana SU(3) można znaleźć w tablicach podlinkowanych na stronie kursu. Z ich użyciem sprawdzić, że

$$\langle (\mathbf{8}) Y, I, I_3 | O_8^{(8)} | (\mathbf{8}) Y, I, I_3 \rangle = a' + bY + c \left[I(I+1) - \frac{1}{4}Y^2 \right].$$

Wrazić, a' , b i c przez α_1 i α_2 .

Zadanie za 2 pkt

3. Znane są następujące lekkie wzbudzone mezony wektorowe $J^P = 1^-$ (dla mezonów neutralnych z tego multipletu $J^P = 1^{--}$): 3 mezony $\rho(1.47)$, $\omega(1.42)$, $\phi(1.68)$ oraz 4 mezony $K^*(1.41)$ (liczby w nawiasach odpowiadają przybliżonej masie cząstki w GeV). Proszę odczytać ich dokładne masy z tablic on-line (<http://pdglive.lbl.gov/>) i korzystając z podanych tam liczby kwantowych (w szczególności ładunku i izospinu oznaczonego jako I) przypisać im odpowiednie miejsce w reprezentacjach grupy SU(3): oktecie i singletcie. Sprawdzić dokładność tego przyporządkowania badając relację Gell-Manna-Okubo (GMO) dla kwadratów mas. Obliczyć ewentualny kąt mieszania singletów izospinowych.
4. Powtórzyć tę samą analizę dla mezonów pseudowektorowych $J^P = 1^+$ (dla mezonów neutralnych $J^{PC} = 1^{++}$): $a_1(1.26)$, $f_1(1.28)$, $f'_1(1.42)$, $K_1(1.40)$ (uwaga na wiele możliwości ładunku elektrycznego i wartości I_3 w niektórych grupach mezonów).
5. Bardzo uproszczone podejście modelowe do opisu mas cząstek złożonych z kwarków zakłada, że masa M cząstki złożonej z n kwarków (i/lub antykwarków) ma postać

$$M = \sum_{i=1}^n m_i + 4 \sum_{i>j}^n \frac{\vec{s}_i \cdot \vec{s}_j}{m_i m_j} v_{ij}, \quad (1)$$

gdzie m_i oznaczają masy „konstytuentne” (na ogół różne od mas kwarków nadanych przez mechanizm Higgsa). Drugi człon odpowiada za oddziaływanie spinowych momentów magnetycznych (\vec{s}_i oznacza spin kwarku i). Stałe sprzężenia tego oddziaływania v_{ij} mogłyby w zasadzie zależeć od rodzajów oddziałujących kwarków, ale na potrzeby tego zadania proszę przyjąć, że $v_{ij} = v$. Zakładając, że $m_u = m_d$, wykazać, że masa nukleonu i rezonansu Δ o spinach odpowiednio 1/2 i 3/2 wynoszą:

$$M_N = 3m_u - 3\frac{v}{m_u^2},$$

$$M_\Delta = 3m_u + 3\frac{v}{m_u^2}.$$

Wyprowadzając te wzory proszę uzasadnić, że dwa kwarki *tego samego rodzaju* muszą być spinowej kombinacji symetrycznej, natomiast spiny dwa kwarków różnych rodzajów mogą się składać na całkowity spin 0 lub 1 i zastosować wnioski w rozwiązaniu.

Proszę wyznaczyć wartości parametrów m_u i v z porównania z mierzonymi masami nukleonu i Δ (masy uśrednić po multipletach izospinowych).

6. Korzystając z tego samego wzoru obliczyć masy mezonów pseudoskalarnych o spinie 0: π oraz K , a także mezonów wektorowych o spinie 1: ρ oraz K^* . W obliczeniach numerycznych przyjąć wartość m_u z poprzedniego zadania, i wyznaczyć m_s oraz stałą sprzężenia v tak, by otrzymać jak najlepszy opis mas mezonów (założyć, że stała $v_{ij} = v$ jest identyczna dla wszystkich par kwark-antykwar, ale może mieć inną wartość niż dla barionów, gdyż dotyczy oddziaływania kwark-antykwar).