

15 Model kwarków – bariony

Bariony to cząstki złożone z trzech kwarków. Zobaczmy jakie reprezentacje SU(3) można skonstruować z trzech kwarków:

$$\begin{array}{ccc}
 \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} & = & \bar{\mathbf{3}} \oplus \mathbf{6} \\
 \otimes \mathbf{3} & & \swarrow \quad \searrow \\
 \mathbf{1} \oplus \mathbf{8} & & \mathbf{8} \oplus \mathbf{10}
 \end{array}$$

Ze względu na to, że mamy do czynienia z trzema kwarkami spodziewamy się, że najlżejsze bariony będą miały spin $1/2$ lub $3/2$, choć możliwe są także spiny wyższe (i występują takie eksperymentalnie) ze względu na kręt orbitalny (rotacja kwarków w przestrzeni). Konstruując bariony musimy uwzględnić zakaz Pauliego. Znane dzisiaj bariony można podzielić na 20 multipletów (V. Guzey, M.V. Polyakov hep-ph/0512355). Tu zajmiemy się najlżejszymi barionami: oktetem o spinie $1/2$ i dekupletem o spinie $3/2$. Nie obserwuje się najlżejszego singletu (bez krętu orbitalnego).

Zastanówmy się najpierw, dlaczego oktet ma spin $1/2$ a dekuplet $3/2$. Patrząc na diagram Younga dla oktetu widzimy, że dwa kwarki w kolumnie antysymetryzujemy, w związku z czym antysymetryzujemy też spin, co daje $s = 0$. Do takiego układu dodajemy trzeci kwark i cały układ ma spin $1/2$. Z kolei w dekuplecie mamy kompletnie symetryczny układ trzech kwarków. Symetryzacja trzech spinów daje spin $3/2$. Z kolei singlet SU(3) to kompletnie antysymetryczny stan uds , dlatego nie da się skonstruować bez krętu orbitalnego stanu o $s = 1/2$ lub $3/2$.

Uwzględnienie masy kwarku dziwnego $m_s > m$ prowadzi do łamania symetrii SU(3) i rozszczepienia masowego w oktecie i dekuplecie. Dla oktetu masy (nie ich kwadraty!) barionów wyrażają się wzorem (15.1)

$$M^2 = a + bY + c \left[I(I+1) - \frac{1}{4}Y^2 \right], \quad (15.1)$$

przy czym stałe a , b i c są oczywiście inne niż dla mezonów, w szczególności $b \neq 0$. Przyjmując średnie masy (w MeV) mamy:

$$\begin{aligned}
 N(939) &= a + b + \frac{1}{2}c, \\
 \Lambda(1116) &= a, \\
 \Sigma(1193) &= a + 2c, \\
 \Xi(1318) &= a - b + \frac{1}{2}c.
 \end{aligned} \quad (15.2)$$

Cztery masy wyrażone są w równaniu (15.2) przez 3 stałe, zatem istnieje jedna relacja między nimi (Gell-Mann, Okubo):

$$m_N + m_\Xi = \frac{1}{2}(3m_\Lambda + m_\Sigma). \quad (15.3)$$

Podstawiając wartości mas otrzymujemy (w MeV):

$$2257 = 2270.5.$$

Widzimy zatem, że relacja GMO dla podstawowego oktetu spełniona jest na poziomie 0,6%!

Dla dekwpletu otrzymujemy bardzo prostą relację

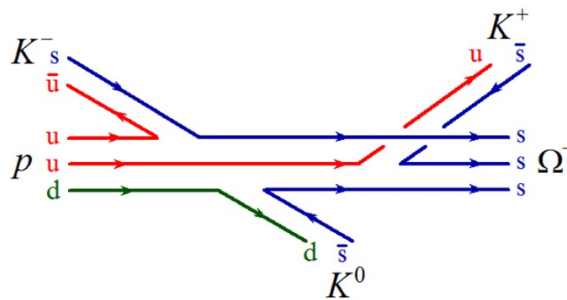
$$M = a + bY. \quad (15.4)$$

Oznacza to, że poszczególne „szczeble” dekwpletu są równo odległe:

$$\Omega(1672) - \Xi^*(1530) = \Xi^*(1530) - \Sigma^*(1385) = \Sigma^*(1385) - \Delta(1232). \quad (15.5)$$

Podstawiając wartości mas otrzymujemy (w MeV):

$$142 = 145 = 153.$$

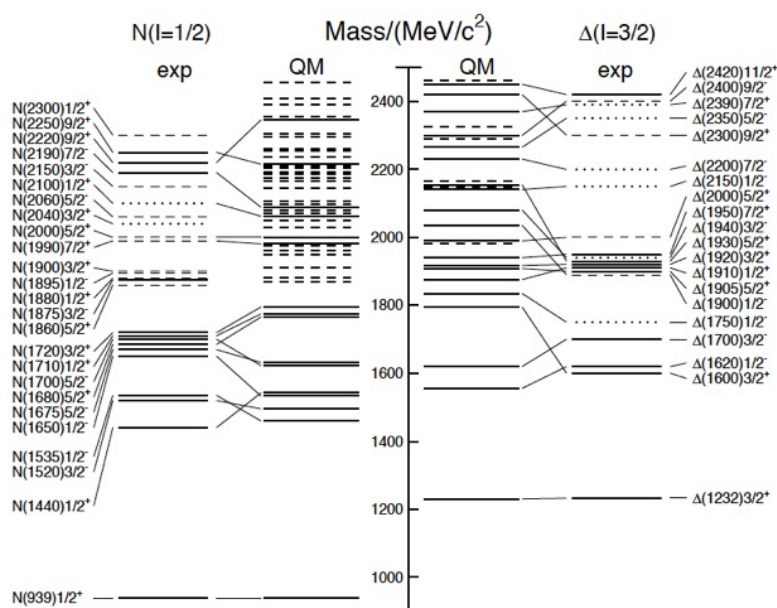


Rysunek 15.1: Proces produkcji cząstki Ω^- .

Sukcesem modelu kwarków było przewidzenie istnienia cząstki Ω i podanie jej masy. Cząstkę tę zaobserwowano po raz pierwszy w roku 1964 w komorze pęcherzykowej w BNL (ang. *Brookhaven National Laboratory*) na Long Island pod Nowym Jorkiem w eksperymencie, gdzie zderzano mezony $K^- = s\bar{u}$ z protonami. W komorze pęcherzykowej można obserwować ślady cząstek naładowanych oraz wyznaczać ich masy i ładunki z promienia zakrzywienia toru, ponieważ komora była umieszczona w polu magnetycznym. Proces produkcji cząstki Ω jest bardzo skomplikowany, gdyż trzeba wykreować z próżni trzy kwarki s i „zmusić” je, aby utworzyły stan związany. Pierwszym krokiem było uzyskanie wiązki kaonów, które powstawały w reakcji zderzeń protonów z tarczą z tungstenu. W wyniku tej reakcji produkowały się głównie cząstki π , a także pewna liczba interesujących nas kaonów. Głównym problemem technicznym było rozdzielenie kaonów od pionów, tak aby do komory pęcherzykowej wpadały tylko te pierwsze. Następnie musiał zajść łańcuch reakcji pokazanych na Rysunku 15.1. Na czele grupy, która wykonała ten eksperyment stał Nicholas Samios z BNL. Odkrycie cząstki Ω^- było potwierdzeniem modelu kwarków

i uitorowało Murrayowi Gell-Mann'owi drogę do nagrody Nobla w roku 1969. Mimo, że od odkrycia cząstki Ω^- upłynęło ponad 50 lat, do dziś nie został zmierzony jej spin, a jego wartość $3/2$ przyjmuje się jako pewnik wynikający z modelu kwarków.

Należy jednak pamiętać, że model kwarków to tylko model, bardzo użyteczny ale jednak model. Na Rysunku 15.2 pokazujemy przewidywania modelu kwarków z uwzględnionymi poprawkami relatywistycznymi dla rezonansów nukleonowych o spinie $1/2$ i rezonansów Δ o spinie $3/2$ o masach mniejszych niż około $2,5$ GeV. Dla stanów wzbudzonych widać wyraźne rozbieżności między danymi doświadczalnymi a przewidywaniami teoretycznymi. Zwróćmy uwagę, że model kwarków przewiduje znacznie większą liczbę stanów wzbudzonych począwszy od około 1800 MeV niż to ma miejsce w rzeczywistości. Tem problem znany jest pod nazwą *fałszywych stanów* (ang. *spurious states*).



Rysunek 15.2: Przewidywania modelu kwarków z uwzględnionymi poprawkami relatywistycznymi dla rezonansów nukleonowych o spinie $1/2$ i rezonansów Δ o spinie $3/2$ w porównaniu z danymi doświadczalnymi. Źródło: Particle Data Group, 2020.

16 Lekkie kwarki – uwagi końcowe

Widzimy, że w trakcie omawiania spektr mezonów i barionów traktowaliśmy kwarki jako rzeczywiste składniki cząstek, a nie jedynie jako matematyczny trick służący do opisan multipletów $SU(3)$. Ten sposób myślenia dał podwaliny nierelatywistycznemu modelowi kwarków, w którym zakłada się, że kwarki poruszają się w pewnym uśrednionym potencjale i zaniedbuje się oddziaływania między nimi. Uwzględniając spin, można dość łatwo

napisać funkcję falową, która faktoryzuje się na część przestrzenną, spinową, i kwarkową (ang. *flavor*)

$$\psi = \psi_{\text{przestrzeń}} \psi_{\text{spin}} \psi_{\text{flavor}}. \quad (16.6)$$

Tu pojawia się pierwszy problem. Gdybyśmy chcieli napisać funkcję falową dla cząstki Δ^{++} , która składa się z trzech kwarków u i ma spin $3/2$, to funkcja falowa o $s_3 = +3/2$ miałaby postać:

$$\psi_{\Delta^{++}}^{3/2}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) = u^\uparrow(\vec{r}_1) u^\uparrow(\vec{r}_2) u^\uparrow(\vec{r}_3). \quad (16.7)$$

Widzimy, że funkcja ta jest całkowicie symetryczna, co jest sprzeczne z zakazem Pauliego; przy przestawieniu dwóch fermionów f . falowa powinna zmieniać znak. Doprowadziło to do postulowania dodatkowej liczby kwantowej, która powodowałaby, że funkcja barionu Δ byłaby antysymetryczna:

$$\psi_{\Delta^{++}}^{3/2}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) = \mathcal{N} \varepsilon^{abc} u_a^\uparrow(\vec{r}_1) u_b^\uparrow(\vec{r}_2) u_c^\uparrow(\vec{r}_3). \quad (16.8)$$

Tę nową liczbę kwantową nazwano kolorem (gdyż przyjmuje 3 wartości: $a, b, c = 1, 2, 3$). Stąd pełna funkcja falowa barionu

$$\psi = \psi_{\text{przestrzeń}} \psi_{\text{spin}} \psi_{\text{flavor}} \psi_{\text{kolor}} \quad (16.9)$$

spełnia zakaz Pauliego. Dziś kolor interpretujemy w języku lokalnej symetrii cechowania opartej na grupie $SU(3)$. Czyli indeksy a, b, c są indeksami reprezentacji fundamentalnej grupy $SU(3)$ zwanej kolorem. Żądanie aby funkcja falowa była całkowicie antysymetryczna wyklucza istnienie niewzbudzonego barionu będącego singletem $SU(3)$. Rzeczywiście, trzy kwarki będące singletem są całkowicie antysymetryczną kombinacją względem grupy $SU(3)_{\text{kolor}}$, ale także względem grupy $SU(3)_{\text{flavor}}$ (zauważmy, że cząstka Δ^{++} jest symetryczna względem tej grupy). Stąd wynika, że funkcja spinowa powinna być całkowicie antysymetryczna, a to jest nie możliwe, gdyż nie da się całkowicie zantysymetryzować trzech spinów $1/2$.

Drugi problem związany z modelem kwarków polega na tym, że nie udało się zaobserwować swobodnych kwarków. Doprowadziło to do sformułowania zasady, że cząstki obserwowalne w przyrodzie są singletami kolorowymi. Jak widzieliśmy singlet $SU(3)$ pojawia się w złożeniu 3 kwarków $\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3}$ oraz kwarku i antykwarku $\mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}}$, a także przy składaniu większej liczby kwarków i antykwarków. Stąd cząstkami, które obserwujemy w przyrodzie są mezony i bariony, ale możliwe są też tetrakwarki ($qq\bar{q}\bar{q}$), czy pentakwarki ($qqqq\bar{q}$).

Trzeci problem, to właściwie zupełny brak uzasadnienia, dlaczego podejście nierelatywistyczne miałyby się stosować do lekkich kwarków i dlaczego można pominąć oddziaływanie między kwarkami. Podejście nierelatywistyczne może mieć uzasadnienie w przypadku ciężkich kwarków c i b . Alternatywnym podejściem (np. podręcznik Griffith'a) jest uwzględnienie oddziaływania poprzez oddziaływanie spinów kwarków. To podejście znowu słabo uzasadnione dla lekkich kwarków daje zaskakująco dobre wyniki w przypadku kwarków ciężkich.

Jak widzieliśmy, aby poprawnie skonstruować funkcje falową barionu w modelu kwarków, trzeba było uwzględnić spin. Ta obserwacja doprowadziła do postulowania szerszej symetrii, mianowicie $SU(6)$ (flavor \times spin). Wyniki tej klasyfikacji cząstek wychodzą poza ramy tego wykładu