

## 14 Model kwarków – mezony

### 14.1 Klasyfikacja

W 1964 roku Murray Gell-Mann i George Zweig niezależnie zaproponowali schemat klasyfikacji znanych wówczas cząstek (ciągle jeszcze nazywanych elementarnymi) przy pomocy składników, które Gell-Mann nazwał kwarkami a Zweig asami. Początkowo uważano, że jest to tylko trick matematyczny i teoriogrupowy, i że kwarki nie są dynamicznymi cząstkami, z których zbudowane są cząstki, które obserwujemy. Dziś wiemy, że są to prawdziwe cząstki, a za tworzenie stanów związanych odpowiedzialne są oddziaływania silne opisywane przez chromodynamikę kwantową. Znane nam cząstki silnie oddziaływujące to mezony i bariony. W roku 1964 znano już stosunkowo wiele mezonów pseudoskalarnych (o spinie 0, symetrie, które decydują, że są to pseudoskalarzy omówimy później), mezony wektorowe (spin 1), bariony o spinie 1/2 i o spinie 3/2.

Założmy, że podstawowymi składnikami materii są kwarki  $u$ ,  $d$  i  $s$ , które mają spin 1/2, i ułamkowe ładunki elektryczne

$$e_u = \frac{2}{3}, \quad e_d = e_s = -\frac{1}{3}. \quad (14.1)$$

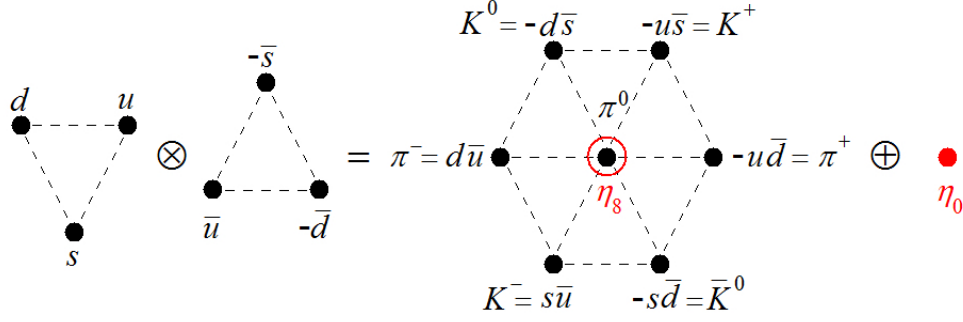
Zakładamy, że w pierwszym przybliżeniu wszystkie kwarki mają tę samą masę  $m$ . Założenie to nie jest prawdziwe, kwarki  $u$  i  $d$  mają masy prawie jednakowe, ale kwark  $s$  jest wyraźnie cięższy. Zakładamy jednak, że efekty tej różnicy możemy potraktować jako zaburzenie. Zatem w pierwszym przybliżeniu o trzech kwarkach  $u$ ,  $d$  i  $s$  zakładamy, że należą do reprezentacji fundamentalnej grupy SU(3) (antykwariki do  $\bar{\mathbf{3}}$ ), której łamanie uwzględnimy perturbacyjnie:

$$\begin{aligned} |u\rangle &= \left| \left(\mathbf{3}\right) \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, & |\bar{u}\rangle &= \left| \left(\bar{\mathbf{3}}\right) -\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle, \\ |d\rangle &= \left| \left(\mathbf{3}\right) \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle, & |\bar{d}\rangle &= -\left| \left(\bar{\mathbf{3}}\right) -\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, \\ |s\rangle &= \left| \left(\mathbf{3}\right) -\frac{2}{3}, 0, 0 \right\rangle, & |\bar{s}\rangle &= -\left| \left(\bar{\mathbf{3}}\right) \frac{2}{3}, 0, 0 \right\rangle. \end{aligned} \quad (14.2)$$

Znaki minus przy definicji antykwarków  $\bar{d}$  oraz  $\bar{s}$  są kwestią konwencji, jak się przekonamy, bardzo użytecznej. Mezony są zbudowane z jednego kwarku i antykwarku, a więc należą do singletu i oktetu SU(3), co można wyliczyć przy pomocy diagramów Younga:

$$\mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{8} \oplus \mathbf{1}. \quad (14.3)$$

Ponieważ zarówno  $I_3$  jak i  $Y$  są addytywne, wszystkie stany na obwiedni oktetu są po prostu stanami iloczynowymi, natomiast stany „w środku” są pewnymi kombinacjami liniowymi, które łatwo znaleźć posługując się własnościami izospinowej grupy SU(2) – patrz rysunek 14.1. Fazy cząstek złożonych wynikają z reguł działania operatorów  $I_-$ ,  $V_-$  i  $U_-$  (patrz poprzedni rozdział).



Rysunek 14.1: Graficzna reprezentacja równania (14.3).

Stan  $|\pi^0\rangle$  bardzo łatwo skonstruować działając obustronnie na  $|\pi^+\rangle = -|u\bar{d}\rangle$  operatorem  $I_-$ :

$$|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle). \quad (14.4)$$

Jednakże aby skonstruować stany  $|\eta_8\rangle$  i  $|\eta_0\rangle$  musimy posłużyć się tablicą współczynników C-G.

Współczynniki Clebscha-Gordana dla  $\mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}}$

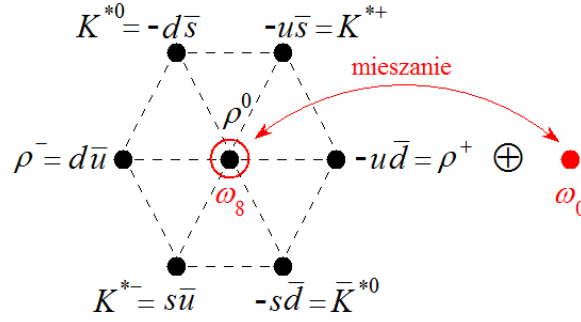
						<b>1</b>	<b>8</b>	<b>8</b>
						0	0	0
						0	0	1
						0	0	0
$-\frac{2}{3}$	0	0	$\frac{2}{3}$	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$

Otrzymujemy:

$$\begin{aligned}
 |\eta_8\rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}} (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle - 2|s\bar{s}\rangle), \\
 |\eta_0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}} (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle + |s\bar{s}\rangle).
 \end{aligned} \quad (14.5)$$

Tutaj widać wygodę przyjętej konwencji faz: stan singletowy  $\eta_0$  ma same plusy w rozkładzie na  $q\bar{q}$ . Zauważmy, że stany  $\eta$  zostały tak skonstruowane, że – mimo iż mają te same liczby kwantowe  $Y, I$  oraz  $I_3$  – mają różne własności transformacyjne ze względu na grupę  $SU(3)$ . Ponieważ jednak grupa  $SU(3)$  jest złamana, nic nie stałoby na przeszkodzie, aby stany fizyczne były jakimiś wzajemnie ortogonalnymi kombinacjami liniowymi stanów  $|\eta_8\rangle$  i  $|\eta_0\rangle$ . Okazuje się, że dla mezonów pseudoskalarnych takie mieszanie nie zachodzi i stany fizyczne są tożsame ze stanami  $SU(3)$ :

$$|\eta\rangle = |\eta_8\rangle, \quad |\eta'\rangle = |\eta_0\rangle. \quad (14.6)$$



Rysunek 14.2: Nonet mezonów wektorowych.

Do tej pory przyjęliśmy milcząco założenie, że spiny kwarku i antykwarku składają się na  $s = 0$ . Jednakże w analogiczny sposób możemy skonstruować mezony wektorowe, które mają spin 1:  $K^*$ ,  $\rho$  (analogon  $\pi$ ),  $\omega_8$  (analogon  $\eta_8$ ) oraz  $\omega_0$  (analogon singletu  $\eta_0$ ) – patrz rysunek 14.2. W przeciwieństwie do mezonów pseudoskalarnych stany fizyczne cząstek o liczbach kwantowych  $Y = I = I_3 = 0$  są w tym przypadku mieszaniną stanów  $|\omega_8\rangle$  oraz  $|\omega_0\rangle$ . W rzeczywistości stany fizyczne diagonalizują dziwność:

$$\begin{aligned} |\omega\rangle &\simeq \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle), \\ |\phi\rangle &\simeq |s\bar{s}\rangle. \end{aligned} \quad (14.7)$$

Do mieszania wrócimy w następnym paragrafie.

Na koniec zauważmy, że zgodnie z konwencją dotyczącą antycząstek przedstawioną na rysunku 14.3,  $K^-$  jest antycząstką  $K^+$ ,  $\bar{K}^0$  jest antycząstką  $K^0$ , antycząstkami są  $\pi^+$  i  $\pi^-$ , natomiast cząstki neutralne są swoimi własnymi antycząstkami. Długa ważna obserwacja: cząstki (zarówno kwarki jak i cząstki fizyczne) położone na linii  $U$ –spinu mają ten sam ładunek (oczywiście wynika to ze sposobu przyporządkowania ładunku kwarkom (14.1)). Prowadzi to do wzoru na ładunek  $Q$ :

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}Y. \quad (14.8)$$

## 14.2 Masy – twierdzenie Ekarta-Wignera

Jeżeli symetria  $SU(3)$  byłaby dokładna, to wszystkie cząstki w danym multiplicie miałyby takie same masy. W rzeczywistości kwark dziwny  $s$  jest cięższy od pozostałych kwarków  $u$  i  $d$  co prowadzi do rozszczępień masowych w multipletach. Natomiast masy kwarków  $u$  i  $d$  można z dużym przybliżeniem traktować jako równe, co sprowadza się do stwierdzenia, że symetria izospinowa jest (prawie) dokładna. Zatem cząstki należące do multipletów izospinowych wewnątrz danej reprezentacji  $SU(3)$  powinny mieć identyczne masy.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Oczywiście w rzeczywistości masy te trochę się różnią, np. neutron jest cięższy od protonu o około 1.3 MeV, a mezony  $\pi^\pm$  są o około 4.6 MeV cięższe od  $\pi^0$ . Do tej różnicy dają także wkład oddziaływania elektromagnetyczne.

Ponieważ masa cząstki wchodzi do równania Kleina-Gordona w kwadracie, a dodatkowo z łamania symetrii chiralnej wynika, że dla mezonów pseudo-skalarnych

$$M_{\text{mezon}}^2 \sim m_{\text{kwark}} \quad (14.9)$$

w przypadku mezonów będziemy zakładać, że łamanie symetrii SU(3) dotyczy kwadratów mas. Podobnie zakłada się w przypadku mezonów wektorowych, choć tu przesłanki teoretyczne są tu słabsze. Wymiarowa stała proporcjonalności w relacji (14.9) charakteryzuje własności próżni. Operator łamiący równość mas kwarków  $u$ ,  $d$  i  $s$  ( $m = m_u = m_d$ ) ma postać

$$H' \sim (m_s - m) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{(m_s - m)}{3} (1 - \sqrt{3}\lambda_8). \quad (14.10)$$

Ponieważ człon proporcjonalny do macierzy jednostkowej nie łamie symetrii SU(3), za jej naruszenie odpowiedzialny jest jedynie kawałek z  $\lambda_8$ .

Zauważmy, że z punktu widzenia własności transformacyjnych  $\lambda_8$  jest składową zbioru nieredukowalnych operatorów tensorowych, transformujących się jak oktet SU(3):

$$H' \sim O_8^{(\mathbf{8})} \quad (14.11)$$

W reprezentacji fundamentalnej operatory te mają jawną postać macierzy Gell-Manna. Aby obliczyć działanie takiego operatora na stany z innych reprezentacji posłużymy się twierdzeniem Eckarta-Wignera, które mówi, że elementy macierzowe operatora tensorowego są proporcjonalne do współczynników Clebscha-Gordana. Stałe proporcjonalności, tzw. zredukowane elementy macierzowe, zależą od konkretnych reprezentacji, ale nie od liczb kwantowych konkretnych stanów. Przypomnijmy, że wprowadziliśmy dwa sposoby numerowania stanów w oktecie: albo w bazie gdzie generatory reprezentacji dołączonej mają postać  $(T_m^{\text{adj}})_{nl} = -if_{mnl}$ , gdzie stany numerujemy po prostu liczbami od 1 do 8:  $|(\mathbf{8}) l\rangle$ , albo w bazie  $|(\mathbf{8}) Y, I, I_3\rangle$ . Transformację między tymi bazami podaliśmy w jednym z poprzednich wykładów. Okazuje się, że  $|(\mathbf{8}) 8\rangle = |(\mathbf{8}) 0, 0, 0\rangle$  i element macierzowy operatora oktetowego o takich liczbach kwantowych przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} \langle (\mathbf{8}) Y, I, I_3 | O_8^{(\mathbf{8})} | (\mathbf{8}) Y, I, I_3 \rangle &= \alpha_1 \left( \begin{array}{cc|c} \mathbf{8} & \mathbf{8} & \mathbf{8}_1 \\ 0, 0, 0 & Y, I, I_3 & Y, I, I_3 \end{array} \right) \\ &+ \alpha_2 \left( \begin{array}{cc|c} \mathbf{8} & \mathbf{8} & \mathbf{8}_2 \\ 0, 0, 0 & Y, I, I_3 & Y, I, I_3 \end{array} \right). \end{aligned} \quad (14.12)$$

Wynik zależy od 2 stałych, gdyż w rozkładzie  $\mathbf{8} \otimes \mathbf{8}$  pojawiają się dwa oktety. Ponieważ  $O_8^{(\mathbf{8})}$  ma izospin 0, to współczynniki izospinowe C-G są równe 1, a stąd współczynniki C-G SU(3) są w tym wypadku równe współczynnikom izoskalarnym, które wynoszą:

	$\mathbf{8}_1$	$\mathbf{8}_2$	
$K$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2\sqrt{5}}$	
$\pi$	$0$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	
$\eta$	$0$	$-\frac{1}{\sqrt{5}}$	
$\bar{K}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2\sqrt{5}}$	(14.13)

Element macierzowy (14.12) można sparametryzować analitycznie:

$$\langle (\mathbf{8}) Y, I, I_3 | O_8^{(\mathbf{8})} | (\mathbf{8}) Y, I, I_3 \rangle = a' + bY + c \left[ I(I+1) - \frac{1}{4}Y^2 \right], \quad (14.14)$$

gdzie stałe  $a', b$  oraz  $c$  są pewnymi kombinacjami stałych  $\alpha_{1,2}$ . Zatem kwadraty mas mezonów wyrażają się wzorem

$$M^2 = a + bY + c \left[ I(I+1) - \frac{1}{4}Y^2 \right], \quad (14.15)$$

gdzie stała  $a$  zawiera stałą  $a'$  plus przyczynek od operatora jednostkowego w (14.10).

Zauważmy, że – ponieważ stany o  $Y = -1$  są antycząstkami stanów  $Y = 1$  (Rys. 14.1), więc powinny mieć równe masy – dla mezonów  $b = 0$ . Stąd:

$$\begin{aligned} M_K^2 &= a + \frac{1}{2}c, \\ M_\pi^2 &= a + 2c, \\ M_{\eta_8}^2 &= a, \end{aligned} \quad (14.16)$$

Ponieważ trzy różne masy zależą od tylko od dwóch parametrów, mamy jedną relację między masami (Gell-Mann, Okubo):

$$4M_K^2 = M_\pi^2 + 3M_{\eta_8}^2. \quad (14.17)$$

Przyjmując za masę cząstki średnią z różnych stanów ładunkowych mamy (masy w MeV):

$$\begin{aligned} 4 \times (495.64)^2 &= (138.04)^2 + 3 \times (547.86)^2 \\ 982\,652 &= 919\,513 \end{aligned} \quad (14.18)$$

co daje dokładność 6,5% liczoną jako różnica strony lewej i prawej podzielona przez ich średnią.

Dla mezonów wektorowych, przyjmując  $M_{K^*} = 892$  MeV oraz  $M_\rho = 775$  MeV relacja

$$\frac{4M_{K^*}^2 - M_\rho^2}{3} = M_\omega^2 \quad (14.19)$$

daje  $M_\omega = 927$  MeV, podczas gdy doświadczalnie  $M_\omega = 783$  MeV. Ta duża różnica powiększa się gdyby przyjąć liniową relację masową (wówczas  $M_\omega = 931$  MeV).

Słaba zgodność relacji (14.19) z doświadczeniem wynika z faktu, że symetria SU(3) jest naruszona. Podobnie jak w przypadku mezonów pseudoskalarnych oczekujemy, że powinien istnieć wektorowy mezon będący skalarem SU(3). Rzeczywiście w tablicach cząstek możemy znaleźć cząstkę  $\phi$  o masie 1020 MeV i izospinie 0. Ze względu na łamanie symetrii SU(3) obserwowalne cząstki fizyczne, nie muszą być „czystymi” stanami SU(3); mogą być ich „mieszkami”:

$$\begin{aligned} |\omega\rangle &= \cos\theta |\omega_8\rangle - \sin\theta |\omega_0\rangle, \\ |\phi\rangle &= \sin\theta |\omega_8\rangle + \cos\theta |\omega_0\rangle, \end{aligned} \quad (14.20)$$

gdzie „masa”  $M_8^2$  stanu  $|\omega_8\rangle$  spełnia regułę GMO (14.19). Oznacza to, że w bazie stanów SU(3) macierz mas w tym sektorze nie jest diagonalna i można ją zdiagonalizować poprzez obrót o kąt  $\theta$ :

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_8^2 & V_{80}^2 \\ V_{08}^2 & M_0^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_\omega^2 & 0 \\ 0 & M_\phi^2 \end{bmatrix}. \quad (14.21)$$

Odwracając tę relację dostajemy:

$$\begin{bmatrix} M_8^2 & V_{80}^2 \\ V_{08}^2 & M_0^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_\omega^2 \cos^2 \theta + M_\phi^2 \sin^2 \theta & (M_\phi^2 - M_\omega^2) \sin \theta \cos \theta \\ (M_\phi^2 - M_\omega^2) \sin \theta \cos \theta & M_\phi^2 \cos^2 \theta + M_\omega^2 \sin^2 \theta \end{bmatrix}. \quad (14.22)$$

Z równania

$$M_8^2 = M_\omega^2 \cos^2 \theta + M_\phi^2 \sin^2 \theta \quad (14.23)$$

dostajemy

$$\sin \theta = \pm \sqrt{\frac{M_8^2 - M_\omega^2}{M_\phi^2 - M_\omega^2}} = \pm 0.76 \quad (14.24)$$

Łatwo się przekonać, że stany (14.20) rzeczywiście diagonalizują macierz mas. Podstawiając (14.5) z zamianą  $\eta \rightarrow \omega$ , do (14.20)

$$\begin{aligned} |\omega\rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}} \left[ \cos \theta (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle - 2|s\bar{s}\rangle) - \sqrt{2} \sin \theta (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle + |s\bar{s}\rangle) \right], \\ |\phi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}} \left[ \sin \theta (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle - 2|s\bar{s}\rangle) + \sqrt{2} \cos \theta (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle + |s\bar{s}\rangle) \right] \end{aligned} \quad (14.25)$$

widzimy, że jeśli

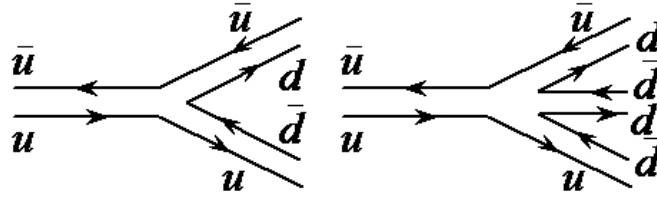
$$\sin \theta = -\sqrt{2} \cos \theta \rightarrow \sin \theta = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} = \pm 0.81 \quad (14.26)$$

to

$$\begin{aligned} |\omega\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle), \\ |\phi\rangle &= |s\bar{s}\rangle. \end{aligned} \quad (14.27)$$

Widać, że eksperymentalny kąt mieszania (14.24) jest bardzo bliski mieszanemu idealnemu (14.26).

Znajomość składu kwarkowego mezonów wektorowych pozwala na jakościową analizę ich rozpadów przez oddziaływania silne. Zauważmy, że ponieważ mezony pseudoskalarne są najlżejszymi z mezonów, mogą rozpadać się poprzez oddziaływania słabe lub elektromagnetyczne, ale nie poprzez oddziaływania silne. Rozpad poprzez oddziaływania silne polega na wykreowaniu z próżni pary kwark-antykwar (najłatwiej wykreować oczywiście parę lekkich kwarków), lub kilku takich par, które następnie tworzą nowe, lżejsze mezony pseudoskalarne. Najprostsze takie rozpady mezonu  $\omega$  pokazane są na rysunku 14.3.



Rysunek 14.3: Rozpad silny mezonu  $\omega$ .

Ponieważ mezon  $\omega$  składa się głównie z kwarków  $u$  i  $d$ , więc głównym kanałem rozpadu powinien być rozpad na dwa piony (łatwiej jest wykreować z próżni jedną parę kwarków niż dwie). Jednak doświadczalnie taki rozpad jest bardzo rzadki (zaledwie 1,5 %), natomiast rozpad na trzy cząstki  $\pi$  jest dominujący (89 %). Aby to wyjaśnić, musimy odwołać się do symetrii, które zachowywane są w oddziaływaniach silnych.

### 14.3 Parzystość, sprzężenie ładunkowe, parzystość $G$

Prawa zachowania implikują, dlaczego pewne procesy mogą zajść, a inne nie. Na przykład prawo zachowania energii zabrania, aby cząstka o masie  $m$  rozpadła się na cząstki, których sumaryczna masa jest większa niż  $m$ . Podobnie zachowany jest moment pędu. W relatywistycznej teorii kwantowej nie jest zachowana liczba cząstek. Ale to nie oznacza, że cząstki mogą się dowolnie produkować. W elektrodynamice (lub chromodynamice) cząstki mogą powstawać lub znikać ponieważ foton może się rozpaść na parę  $e^+e^-$  (gluon rozpada się na parę kwark-antykwar), elektron i pozyton mogą zanihilować na foton (kwark-antykwar na gluon). W elektrodynamice wynika to z prawa zachowania ładunku, które wymaga, aby w danym procesie ładunek stanu początkowego był równy ładunkowi stanu końcowego. Dla oddziaływań silnych wprowadzamy tzw. liczbę barionową, która dla kwarków równa jest  $1/3$  a dla antykwarków  $-1/3$ . Oddziaływania silne zachowują liczbę barionową i „powstanie z próżni” pary kwark-antykwar nie zmienia liczby barionowej. (Analogicznie dla leptonów wprowadza się liczbę leptonową, która jest równa  $\pm 1$ .)

Ponieważ symetria  $SU(3)$  jest naruszona, nie mamy żadnego prawa zachowania z nią związanego. Niemniej jednak podgrupa  $SU(2)$  związana z symetrią izospinową jest w dobrym przybliżeniu dokładna, co oznacza, że w oddziaływaniach silnych izospin powinien być zachowany.

Bardzo ważne dla zrozumienia procesów rozpadu i rozpraszania w fizyce cząstek są symetrie czasoprzestrzenne. Np. symetria względem obrotów implikuje zachowanie całkowitego momentu pędu. W szczególności będzie nas interesowało odbicie przestrzenne. Przypomnijmy sobie, że funkcje falowe oscylatora harmonicznego dzielą się na parzyste i nieparzyste ze względu na transformację  $x \rightarrow -x$ , co wynika z faktu, że potencjał jest kwadratowy w  $x$ . W atomie wodoru symetria ze względu na odbicie  $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$  sprowadza się do własności transformacji funkcji falowej ze względu na

$$\theta \rightarrow \pi - \theta, \phi \rightarrow \phi + \pi. \quad (14.28)$$

Wiemy, że parzystość funkcji kulistych  $Y_{LM}(\theta, \phi)$  jest równa  $(-1)^L$ . Jednakże dodatkowo funkcje falowe samych kwarków mają określone własności względem odbicia. Wynika to stąd, że fermiony opisywane są bispinorami Diraka, które transformują się w wyniku transformacji Lorentza  $\Lambda$ :

$$\psi(x) = S_\Lambda \psi(\Lambda x). \quad (14.29)$$

W przypadku odbicia przestrzennego  $P$

$$S_P = \gamma^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (14.30)$$

gdzie użyliśmy reprezentacji Pauliego-Diraka dla macierzy  $\gamma$ . Widzimy zatem, że parzystość wewnętrzna kwarków jest równa 1 a antykwarków  $-1$  (przypomnijmy, że w reprezentacji Pauliego-Diraka dwie pierwsze składowe bispinora odpowiadają cząstkom, dwie dolne antycząstkom). Zatem parzystość przestrzenna układu kwark-antykwark zależy od względnego momentu pędu i wynosi

$$P = -(-1)^L. \quad (14.31)$$

Widzimy zatem, że mezony złożone z pary kwark-antykwark w stanie podstawowym ( $L = 0$ ) mają, niezależnie od spinu, parzystość ujemną. Dlatego mezony ( $\pi, K, \eta$ ) o spinie  $S = 0$  nazywamy pseudoskalarnym. Natomiast mezony o spinie 1 to mezony wektorowe.

Inną ważną liczbą kwantową używaną do charakteryzacji mezonów jest sprzężenie ładunkowe,  $C$ , które zamienia cząstki na antycząstki. Operator ten jest diagonalny tylko dla stanów o ładunku zero. Dla mezonów operacja sprzężenia ładunkowego polega na zamianie  $q \leftrightarrow \bar{q}$  co daje dla mezonów neutralnych

$$C = -(-1)^{S+1}(-1)^L = (-1)^{S+L}. \quad (14.32)$$

Pierwszy minus bierze się z przestawienia dwóch fermionów (pamiętajmy, że nawet w przypadku nierelatywistycznym musieliśmy zadbać, aby całkowita funkcja falowa układu wieloelektronowego była antysymetryczna ze względu na przestawienie elektronów, co jest związane z zakazem Pauliego). Czynniki  $(-1)^{S+1}$  bierze się z symetrii funkcji falowej ze względu na zamianę spinów. Rozważamy dwa spiny  $1/2$ , które możemy złożyć na  $S = 0$  lub  $S = 1$ . Dla  $S = 0$  dwa spiny antysymetryzujemy, stąd ich zamiana powinna dać  $-$ , natomiast dla  $S = 1$  symetryzujemy i zamiana daje  $+$ . Czynniki  $(-1)^L$  bierze się z zamiany położeń kwarków w przestrzeni.

Zatem oprócz liczb kwantowych związanych z grupą  $SU(3)$  cząstki będziemy charakteryzowali podaniem całkowitego momentu pędu  $J = L + S$ , oraz wartości  $P$  i  $C$  (dla cząstek neutralnych z danego multipletu). Dla omawianych dotąd mezonów  $q\bar{q}$  mamy

$L$	$S$	$J^{PC}$	nonet $SU(3)$			typowa masa (MeV)
			$I = 1$	$I = 1/2$	$I = 0$	
0	0	$0^{-+}$	$\pi$	$K$	$\eta, \eta'$	500
0	1	$1^{--}$	$\rho$	$K^*$	$\omega, \phi$	800

(14.33)



Ponieważ tylko cząstki nienaładowane są stanami własnymi  $C$  parzystości wprowadza się uogólnienie tej symetrii, tak aby rozszerzyć ją na niektóre cząstki naładowane. Rozszerzenie to nazywa się parzystością  $G$ , gdzie operacja sprzężenia  $G$  polega na zamianie  $I_3$  na  $-I_3$ , co dla cząstek o  $Y = 0$  odpowiada zamianie cząstki na antycząstkę (14.8), a następnie na dokonaniu operacji sprzężenia ładunkowego. W praktyce operacja  $G$  jest złożeniem obrotu w przestrzeni izospinu i sprzężenia  $C$ :

$$G = C e^{i\pi T_2}. \quad (14.34)$$

Stanami własnymi parzystości  $G$  są cząstki  $\pi^\pm$  oraz  $\rho^\pm$ , ale już nie mezony  $K$ . Mimo, że parzystość  $G$  nie dotyczy cząstek dziwnych, to jest to symetria bardzo użyteczna, gdyż piony jako najlżejsze cząstki silnie oddziaływujące są głównymi produktami rozpadów silnych cząstek o większej masie. Można pokazać, że parzystość  $G$  dla cząstek o izospinie  $I$  wynosi

$$G_I = (-1)^I C, \quad (14.35)$$

gdzie  $C$  jest wartością sprzężenia ładunkowego dla neutralnej cząstki z rozważanego multipletu izospinowego. Zatem stan złożony z  $n$  cząstek  $\pi$  (niezależnie od ładunku) ma  $G$  parzystość

$$G_{n\pi} = (-1)^n. \quad (14.36)$$

Parzystość  $C$  lub  $G$  są zachowane w oddziaływaniach silnych (ale już nie w oddziaływaniach słabych).

Oprócz wymienionych wyżej symetrii wprowadza się trzecią symetrię, tzw. odbicie w czasie, oznaczaną jako  $T$ . Jedno z podstawowych twierdzeń w teorii pola mówi, że kombinowana symetria  $CPT$  jest dokładną symetrią zachowywaną przez wszystkie oddziaływania.

## 14.4 Symetrie a rozpady cząstek

Wróćmy do zagadki rozpadu cząstki wektorowej  $\omega$ . Fakt, że  $\omega$  praktycznie nie rozpada się na dwa piony wiąże się z zachowaniem izospinu i parzystości w oddziaływaniach silnych. Ponieważ  $\omega$  jest singletem izospinowym dwa piony w stanie końcowym należy złożyć na stan  $|I = 0, I_3 = 0\rangle$ . Pamiętając, że cząstki  $\pi$  tworzą tryplet izospinowy ( $I = 1$ ), musimy popatrzeć na odpowiednie współczynniki Clebscha-Gordana:

$$|0, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|\pi^+\rangle |\pi^-\rangle + |\pi^-\rangle |\pi^+\rangle - |\pi^0\rangle |\pi^0\rangle). \quad (14.37)$$

Mezon  $\omega$  ma parzystość  $-$ , podobnie jak mezony  $\pi$ . W związku z tym dwa mezony  $\pi$  powinny być w stanie o przestrzennej parzystości równej  $-$ , co oznacza, że funkcja falowa stanu końcowego powinna być antysymetryczna przy przestawieniu

$$|a\rangle |b\rangle \rightarrow |b\rangle |a\rangle. \quad (14.38)$$

Widzimy, że (14.37) jest symetryczna ze względu na taką transformację, co tłumaczy tłumienie rozpadu  $\omega \rightarrow 2\pi$ .

Z kolei mezon  $\rho^0$  rozpada się głównie na dwa piony gdyż ma on izospin  $I = 1$  ( $|\rho^0\rangle = |1, 0\rangle$ ). Ponieważ funkcja falowa

$$|1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\pi^+\rangle |\pi^-\rangle - |\pi^-\rangle |\pi^+\rangle) \quad (14.39)$$

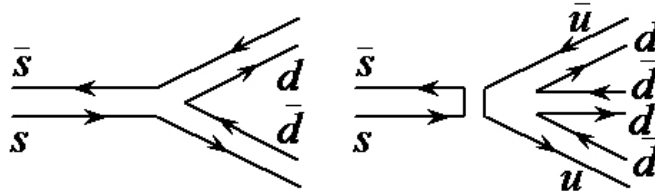
jest antysymetryczna ze względu na przestawienie (14.38), mezon  $\rho$  rozpada się niemal w 100% na dwa piony.

Zauważmy, że te dwa rezultaty mogliśmy otrzymać dużo prościej posługując się parzystością  $G$ . Mezon  $\omega$  ma parzystość  $C = -1$  i ponieważ jest singletem izospinowym jego parzystość  $G$  jest też równa  $-1$ . Zatem, zgodnie z (14.36),  $\omega$  może się rozpaść tylko na nieparzystą liczbę cząstek  $\pi$ . Mezony  $\rho$  tworzą multiplet izospinowy o  $I = 1$ , a więc ich parzystość  $G$  jest dodatnia i dlatego rozpad na dwie cząstki  $\pi$  jest dominujący.

Z kolei cząstka  $\phi$  może się bez problemu rozpaść na dwa mezony  $K$ , które są dubletami izospinowymi, gdyż

$$|0, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle - \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \right). \quad (14.40)$$

Rzeczywiście rozpad  $\phi \rightarrow K^+K^-, K^0\bar{K}^0$  stanowi 83% wszystkich rozpadów  $\phi$ . Rozpad na 3 piony zachodzi na poziomie 15%. Wiąże się to z faktem, że kwarki dziwne muszą zanihilować, tak jak to pokazuje drugi diagram na rysunku 14.4. Tłumienie takich rozpadów nazywane jest regułą Zweiga. Zauważmy, że nieuwzględnienie dziwności i oparcie się wyłącznie na parzystości  $G$  doprowadziłoby nas do konkluzji, że rozpad na trzy piony nie powinien być tłumiony.



Rysunek 14.4: Rozpad silny mezonu  $\phi$ .