

Wstęp do fizyki cząstek
zestaw 3
23.5.2018. środa, godz. 16:00
sala A-2-04

1. Z tw. Eckarta Wignera wynika, że element macierzowy

$$\begin{aligned} \langle (\mathbf{8}) Y, I, I_3 | O_8^{(\mathbf{8})} | (\mathbf{8}) Y, I, I_3 \rangle &= \alpha_1 \left(\begin{array}{cc|c} \mathbf{8} & \mathbf{8} & \mathbf{8}_1 \\ 0, 0, 0 & Y, I, I_3 & Y, I, I_3 \end{array} \right) \\ &+ \alpha_2 \left(\begin{array}{cc|c} \mathbf{8} & \mathbf{8} & \mathbf{8}_2 \\ 0, 0, 0 & Y, I, I_3 & Y, I, I_3 \end{array} \right). \end{aligned}$$

Korzystając z programu clebsu3 znaleźć potrzebne współczynniki CG. Przekonać się, że

$$\langle (\mathbf{8}) Y, I, I_3 | O_8^{(\mathbf{8})} | (\mathbf{8}) Y, I, I_3 \rangle = a' + bY + c \left[I(I+1) - \frac{1}{4}Y^2 \right].$$

Wrazić, a' , b i c przez α_1 i α_2 .

2. Znane są następujące wzbudzone mezony wektorowe: $\rho(1.47)$, $\omega(1.42)$, $\phi(1.68)$, $K^*(1.41)$ (liczby w nawiasach odpowiadają rzbliżonej masie cząstki w GeV). Odczytać ich dokładne masy z tablic on-line (<http://pdglive.lbl.gov/>) i spróbować patrząc na podane tam liczby kwantowe (w szczególności izospin oznaczany jako I) przypisać im odpowiednie miejsce w reprezentacjach grupy SU(3): oktecie i singletcie. Sprawdzić dokładność tego przyporządkowania badając relację Gell-Manna–Okubo (GMO) dla kwadratów mas. Obliczyć ewentualny kąt mieszania singletów izospinowych.
3. Powtórzyć tę samą analizę dla mezonów pseudoskalarnych: $a_1(1.32)$, $f_1(1.28)$, $f'_1(1.42)$, $K_1(1.40)$.
4. Jeden ze wzbudzonych rezonansów nukleonowych o spinie $J = 1/2$ i dodatniej parzystości $P = +$ (oznaczanych w tablicach jako $J^P = 1^+$) to rezonans $N(1440)$ o dość nieprecyzyjnie zmierzonej masie. "Dopasować" do niego pozostałe rezonanse, które mogłyby być z nim w oktecie: Σ o izospinie $I = 1$, Λ o izospinie $I = 0$, oraz Ξ o izospinie $I = 1/2$. Hipotezę tę przetestować badając dokładność liniowej relacji GMO dla barionów.
5. Bardzo uproszczone podejście do mas cząstek złożonych z kwarków zakłada, że masa M cząstki złożonej z n kwarków (i/lub antykwarków) ma postać

$$M = \sum_{i=1}^m m_i + 4 \sum_{i>j}^n \frac{\vec{s}_i \cdot \vec{s}_j}{m_i m_j} v_{ij}, \quad (1)$$

gdzie m_i oznaczają masy "konstytuentne" (a więc różne od mas kwarków nadanych przez mechanizm Higgsa). Drugi człon odpowiada za oddziaływanie spinowych momentów magnetycznych (\vec{s}_i oznacza spin kwarku i). Siła tego oddziaływania

v_{ij} mogłaby w zasadzie zależeć od rodzajów oddziaływujących kwarków, ale na potrzeby tego zadania proszę przyjąć, że $v_{ij} = v$. Zakładając, że $m_u = m_d$ wykazać, że masa nukleonu i rezonansu Δ o spinach odpowiednio 1/2 i 2/3 wynoszą:

$$M_N = 3m_u - 3\frac{v}{m_u^2},$$

$$M_\Delta = 3m_u + 3\frac{v}{m_u^2}.$$

Zwrócić uwagę, że dwa *jednakowe* kwarki muszą być spinowej kombinacji symetrycznej, natomiast dwa różne mogą mieć spin 0 lub 1.

6. Nie zakładając $v_{ij} = v$ i przyjmując oznaczenie $V(ab) = v_{ab}/(m_a m_b)$ obliczyć masy dla pozostałych członków oktetu i dekapletu. Przykładowe wyniki:

$$M_\Sigma = 2m_u + m_s + V(uu) - 4V(us),$$

$$M_{\Sigma^*} = 2m_u + m_s + V(uu) + 2V(us).$$

7. Korzystając z tego samego wzoru obliczyć masy mezonów pseudoskalarnych o spinie 0 π oraz K , a także mezonów wektorowych o spinie 1 ρ oraz K^* (założyć, że stała v_{ab} może mieć inną wartość niż dla barionów, gdyż dotyczy oddziaływania kwark-antykwar).
 8. Korzystając z wyników poprzednich zadań, wykazać, że różnica mas $m_s - m_u$ w mezonie i w barionie wyrażają się wzorami:

$$\langle m_s - m_u \rangle_{\text{mezon}} = \frac{1}{4} [3(M_{K^*} - M_\rho) + M_K - M_\pi],$$

$$\langle m_s - m_u \rangle_{\text{barion}} = M_\Lambda - M_N.$$

Sprawdzić wartości numeryczne.