1 Rozpraszanie

1.1 Obraz oddziaływania

W obrazie Schrödingera stany ewoluują, operatory nie.

$$H = H_0 + H_1$$
$$i\partial_t \left|\alpha(t)\right\rangle^S = H \left|\alpha(t)\right\rangle^S$$

Definiujemy operatory w obrazie oddziaływania (interakcji, Tomonagi):

$$O^I(t) = e^{iH_0^S t} O^S e^{-iH_0^S t},\ H_0^I = H_0^S = H_0$$
$$\left|\alpha(t)\right\rangle^I = e^{iH_0^S} \left|\alpha(t)\right\rangle^S .$$

Równanie Schrödingera:

$$\begin{aligned} i\partial_t \left|\alpha(t)\right\rangle^I &= -H_0^S e^{iH_0^S} \left|\alpha(t)\right\rangle^S + e^{iH_0^S} i\partial_t \left|\alpha(t)\right\rangle^S \\ &= -H_0^S \left|\alpha(t)\right\rangle^I + e^{iH_0^S} H \underbrace{e^{-iH_0^S t} e^{iH_0^S}}_{=1} \left|\alpha(t)\right\rangle^S \\ &= \left(-H_0^I + H^I\right) \left|\alpha(t)\right\rangle^I = H_1^I \left|\alpha(t)\right\rangle^I . \end{aligned}$$

Równanie na operatory:

$$\begin{aligned} i\partial_t O^I(t) &= i\partial_t \left(e^{iH_0^S t} O^S e^{-iH_0^S t}\right) = -H_0^S O^I(t) + O^I(t) H_0^S \\ &= \left[O^I(t), H_0^I\right] \end{aligned}$$

1.2 Operator ewolucji

$$\left|\alpha(t)\right\rangle^I = U^I(t, t_0) \left|\alpha(t_0)\right\rangle^I$$
$$i\partial_t U^I(t, t_0) = H_1^I(t) U^I(t, t_0).$$

Warunek początkowy

$$U^I(t_0, t_0) = 1.$$

Ponieważ

$$\left[H_1^I(t), H_1^I(t')\right] \neq 0$$

rozwiązanie nie jest zwykłą eksponentą. Równanie różniczkowe przepisujemy w postaci całkowej

$$U^I(t, t_0) = \mathbf{1} + (-i) \int\limits_{t_0}^{t} H_1^I(t') U^I(t', t_0) dt'.$$

Rzeczywiście

$$i\partial_t U^I(t,t_0) = (-i) i\partial_t \int\limits_{t_0}^{t} H_1^I(t')U^I(t',t_0)dt' = H_1^I(t)U^I(t,t_0).$$

Równanie całkowe można rozwiązać iteracyjnie (rachunek zaburzeń):

$$U^I(t,t_0) = \mathbf{1} + (-i)\int\limits_{t_0}^{t} dt' H_1^I(t') + (-i)^2 \int\limits_{t_0}^{t} dt' \int\limits_{t_0}^{t'} dt'' H_1^I(t')H_1^I(t'') + \ldots$$

Wprowadźmy uporządkowanie czasowe

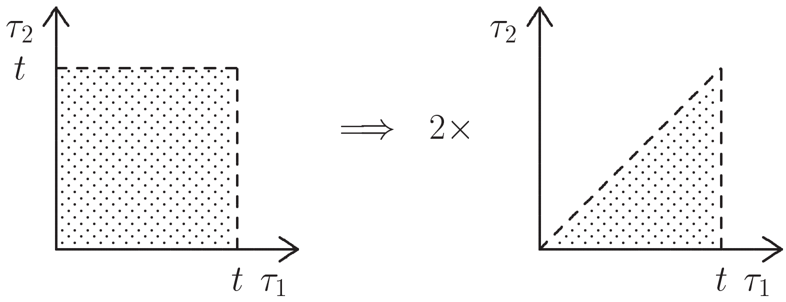
$$T(H_1^I(t_1)H_1^I(t_2)\ldots H_1^I(t_n)) = H_1^I(t_{i_1})H_1^I(t_{i_2})\ldots H_1^I(t_{i_n})$$
$$\text{gdzie: } t_{i_1} \geq t_{i_2} \geq \ldots \geq t_{i_n}$$

Wówczas

$$\int\limits_{t_0}^{t} dt' \int\limits_{t_0}^{t'} dt'' H_1^I(t')H_1^I(t'') = \frac{1}{2!}\int\limits_{t_0}^{t} dt' \int\limits_{t_0}^{t} dt'' T(H_1^I(t')H_1^I(t'')).$$

Sprawdźmy:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2!}\int\limits_{t_0}^{t} dt' \int\limits_{t_0}^{t} dt'' T(H_1^I(t')H_1^I(t'')) \\
&= \frac{1}{2}\left(\int\limits_{t_0}^{t} dt' \int\limits_{t_0}^{t'} dt'' H_1^I(t')H_1^I(t'') + \int\limits_{t_0}^{t} dt' \int\limits_{t'}^{t} dt'' H_1^I(t'')H_1^I(t')\right) \\
&= \frac{1}{2}\left(\int\limits_{t_0}^{t} dt' \int\limits_{t_0}^{t'} dt'' H_1^I(t')H_1^I(t'') + \int\limits_{t_0}^{t} dt'' \int\limits_{t_0}^{t''} dt' H_1^I(t'')H_1^I(t')\right) \\
&= \int\limits_{t_0}^{t} dt' \int\limits_{t_0}^{t'} dt'' H_1^I(t')H_1^I(t'')
\end{aligned}$$


τ2
t
t τ1
⟹ 2×
τ2
t τ1

To się uogólnia na wyższe potegi. Ostatecznie mamy

$$U^I(t,t_0) = Te^{-i\int\limits_{t_0}^{t} dt' H_1^I(t')} = Te^{-i\int\limits_{t_0}^{t} d^4x' \mathcal{H}_1^I(x')}$$

gdzie $\mathcal{H}_1^I(x')$ jest gętością hamiltonianu oddziaływania w obrazie interakcji.

Od tej pory opuszczamy wskaźnik "I".

1.3 Macierz S

Macierz rozpraszania (scattering matrix). W dalekiej przeszłosci przygotowujemy swobodny stan $|i\rangle$ (od "initial"), który w czasie ewolucji do chwili t zamienił się w stan ψ:

$$\lim_{t\to-\infty} |\psi(t)\rangle = |i\rangle\,.$$

Pytamy jaka jest amplituda prawdopodobieństwa, że w dalekiej przyszłości otrzymamy stan $|f\rangle$ (od "final"):

$$S_{fi} = \lim_{t\to\infty} \langle f\,|\psi(t)\rangle = \lim_{t_2\to\infty} \lim_{t_1\to-\infty} \langle f|\,U(t_2,t_1)\,|i\rangle \overset{\text{df}}{=} \langle f|\,S\,|i\rangle$$

lub

$$S = U(\infty,-\infty).$$

Ponieważ ewolucja zachowuje normę stanu

$$|\alpha(t)\rangle = U(t,t_0)\,|\alpha(t_0)\rangle$$
$$\langle\alpha(t)\,|\alpha(t)\rangle = \langle\alpha(t_0)|\,\underbrace{U^\dagger(t,t_0)U(t,t_0)}_{=1}\,|\alpha(t_0)\rangle = \langle\alpha(t_0)\,|\alpha(t_0)\rangle$$

operator U jest unitarny, więc S jest też unitarny. Formalnie

$$S = Te^{-i\int d^4x' \mathcal{H}_1^I(x')}.$$

1.4 Przekrój czynny

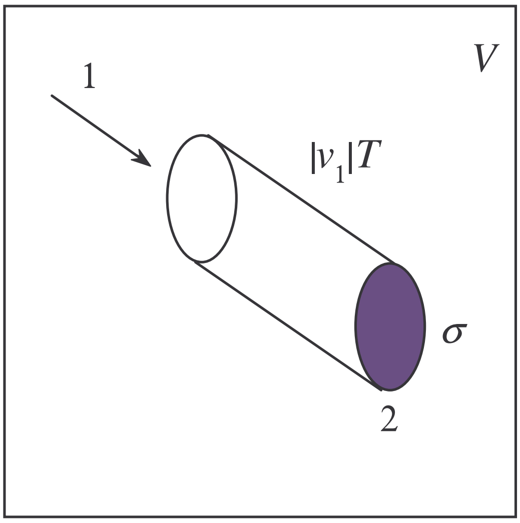
Rozważmy proces

$$p_1 + p_2 \to p_1' + p_2' + \ldots + p_n'$$

Definiujemy $S = 1 + iR$

$$R_{fi} = i(2\pi)^4\delta^4(p_1 + p_2 - \sum_{i=1}^{n} p_i')N(p_1)N(p_2) \times \mathcal{M}_{fi}$$

$$N(p) = \sqrt{\frac{1}{2VE_p}}$$



Cząstka 1 nadlatuje na spoczywającą czątkę 2. Z cząstką 2 zwiazany jest *efektywny* przekrój czynny σ na produkcję n czastek. Jeśli cząstka 1 „trafi" w dysk o powierzchni σ to prawdopodobieństwo

$$
\begin{aligned}
P_{1+2\to n} = \frac{|\vec{v}_1|\, T\sigma_{1+2\to n}}{V} &= \sum_{\substack{\text{polaryzcje}\\ \text{helicity}}} \sum_{p'_1\ldots p'_n} |\langle p'_1,\ldots p'_n|\, R\, |p_1,p_2\rangle|^2 \\
&= \frac{1}{V^2} \sum_{\substack{\text{polaryzcje}\\ \text{helicity}}} \frac{1}{2E_1}\frac{1}{2E_2} \int \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{2E'_i}\frac{d^3p'_i}{(2\pi)^3}\right) |\mathcal{M}_{fi}|^2 \times \\
&\times \left[(2\pi)^4 \delta^4(p_1+p_2-\sum_{i=1}^{n} p'_i)\right]^2 \qquad (1)
\end{aligned}
$$

Przy wyprowadzeniu tego wzoru zamieniliśmy sumę po pędach cząsyek końcowych na całkę

$$
\begin{aligned}
\sum_{p'_1\ldots p'_n} &= \int \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{d^4p_i}{(2\pi)^4}(2\pi)\delta\left(p_i^2-m_i^2\right)\right) \\
&= \int \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{2E'_i}\frac{d^3p'_i}{(2\pi)^3}\right)
\end{aligned}
$$

gdzie $E'_i = +\sqrt{\vec{p}_i^{\,2}+m_i^2}$.

Co zrobić z δ^2? Użyjemy wzoru

$$\delta^4(p) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x e^{ipx}$$

$$\delta^4(p)\delta^4(p) = \delta^4(p)\delta^4(0) = \delta^4(p)\frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4x = \delta^4(p)\frac{VT}{(2\pi)^4}$$

zatem

$$\begin{aligned}
\sigma_{1+2\to n} &= \frac{V}{|\vec{v}_1|\,T}P_{1+2\to n} \\
&= \frac{V}{|\vec{v}_1|\,T}\frac{1}{V^2}\sum_{\substack{\text{polaryzcje}\\\text{helicity}}}\frac{1}{2E_1}\frac{1}{2E_2}\int\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{d^3p_i'}{(2\pi)^3 2E_i'}\right)|\mathcal{M}_{fi}|^2\times \\
&\times (2\pi)^4\delta^4(p_1+p_2-\sum_{i=1}^{n}p_i')\times VT
\end{aligned}$$

Czynniki V i T upraszczają się i otrzymujemy

$$\begin{aligned}
\sigma_{1+2\to n} = \frac{1}{4E_1E_2\,|\vec{v}_1|}\sum_{\substack{\text{polaryzcje}\\\text{helicity}}}\int\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{d^3p_i'}{(2\pi)^3 2E_i'}\right)|\mathcal{M}_{fi}|^2\times \\
\times (2\pi)^4\delta^4(p_1+p_2-\sum_{i=1}^{n}p_i').
\end{aligned}$$

Oczywiście ten trick jest bardzo wątpliwy matematycznie, ale ilustruje problem regularyzacji nieskończoności jaki pojawia się we wzorze (**??**) poprzez zamknięcie układu w pudle.

Czynnik F nazywamy lorentzowsko niezmienniczym strumieniem. Ponieważ założyliśmy, że cząstka 2 spoczywa, mamy we wzorze tylko $|\vec{v}_1|$.

$$F = 4E_1E_2\,|\vec{v}_1| \to 4E_1E_2\,(|\vec{v}_1|+|\vec{v}_2|) \tag{2}$$

Załóżmy, że cząstki lecą na przeciwko siebie wzdłuż osi z, mamy tylko jedną składową pędu $p_{1,2}$ i czteropędy wyrażają się wzorem

$$\begin{aligned}
p_1 &= (E_1,0,0,p_1), \\
p_2 &= (E_2,0,0,-p_2).
\end{aligned}$$

Zatem (pamiętajmy, że $c=1$) :

$$\begin{aligned}
F &= 4E_1E_2\,(|\vec{v}_1|+|\vec{v}_2|) = 4E_1E_2\left(\frac{p_1}{E_1}+\frac{p_2}{E_2}\right) \\
&= 4\,(E_2p_1+E_1p_2)
\end{aligned}$$

Zatem

$$F^2 = 16\left[(E_2p_1)^2+(E_1p_2)^2+2E_1E_2p_1p_2\right]$$

Dla iloczynu czteropędów, mamy

$$(p_1\cdot p_2)^2 = (E_1E_2+p_1p_2)^2 = E_1^2E_2^2+p_1^2p_2^2+2E_1E_2p_1p_2.$$

Dalej

$$\begin{aligned}
F^2 &= 16\left[(p_1 \cdot p_2)^2 + (E_2 \mathbf{p}_1)^2 + (E_1 \mathbf{p}_2)^2 - E_1^2 E_2^2 - \mathbf{p}_1^2 \mathbf{p}_2^2\right] \\
&= 16\left[(p_1 \cdot p_2)^2 + E_2^2(\mathbf{p}_1^2 - E_1^2) + \mathbf{p}_2^2(E_1^2 - \mathbf{p}_1^2)\right] \\
&= 16\left[(p_1 \cdot p_2)^2 - \left(E_2^2 - \mathbf{p}_2^2\right)\left(E_1^2 - \mathbf{p}_1^2\right)\right].
\end{aligned}$$

Stąd

$$F = 4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}$$

1.5 Prawdopodobieństwo rozpadu (decay rate)

Mamy $1 \to n$,

$$\begin{aligned}
\Gamma_{1\to n} &= \frac{\text{prawdopodobieństwo}}{\text{czas}} = \frac{P_{1\to n}}{T} \\
&= \frac{1}{T} \sum_{\substack{\text{polaryzcje}\\ \text{helicity}}} \sum_{p'_1 \ldots p'_n} \left| \langle p'_1, \ldots p'_n | \, R \, | p \rangle \right|^2 \\
&= \frac{1}{T} \frac{1}{2VE_p} \sum_{\substack{\text{polaryzcje}\\ \text{helicity}}} \int \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{d^3 p'_i}{(2\pi)^3 2E'_i} \right) |\mathcal{M}_{fi}|^2 \times \\
&\times (2\pi)^4 \delta^4 (p - \sum_{i=1}^{n} p'_i) \times VT
\end{aligned}$$

Czynniki VT upraszczają sie:

$$\Gamma_{1\to n} = \sum_{\substack{\text{polaryzcje}\\ \text{helicity}}} \int \frac{|\mathcal{M}_{fi}|^2}{2E_p} \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{d^3 p'_i}{(2\pi)^3 2E'_i} \right) (2\pi)^4 \delta^4 (p_1 - \sum_{i=1}^{n} p'_i)$$

1.6 Elementy macierzowe i reguły Feynmana

Aby obliczyć $\mathcal{M}_{fi}$ trzeba się posłużyć aparatem matematycznym teorii pola, którego przedstawienie wykracza poza zakres tego wykładu. Richard Feynam podał bardzo prosta metodę konstruowania macierzy rozpraszania w rachunku zaburzeń, która sprowadza się do rysowania diagramów. Każdemu typowi cząstki odpwiada linia, z którą stoważyszone są pewne funkcje pędów, a także – w większości przypadków – macierze związane np. ze strukturą spinową, kolorem (lokalna grupa SU(3)) itd. Linie dzielimy na *zewnetrzne*,odpowiadające cząstkom wchodzącym (stan $|i\rangle$) i wychodzacym (stan $|f\rangle$), oraz *wewnętrzne (propagatory)*, które powstają w wyniku tworzenia diagramu Feynmana. Liniom wewnętrznym odpowiadają czynniki pokazane na rysunku **??**, natomiast liniom zewnętrznym pewne czynniki normalizacyjne, których tu nie wymieniamy. Przykłady reguł Feynmana dla cząstki skalarnej (linia przerywana), fermionu (linia ciągła) i fotonu (lub innego bozonu pośredniczącego – linia falista) pokazane są na rysunkach **??** i **??**.

$$i\Delta_F(p) = \frac{i}{p^2 - m^2 + i\varepsilon}$$

$$iS_F(p) = \frac{i(\not{p} + m)_{\alpha\beta}}{p^2 - m^2 + i\varepsilon}$$

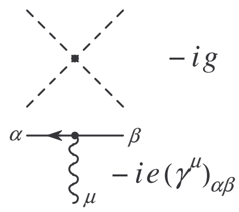
$$= \frac{i}{\not{p} - m + i\varepsilon}$$

$$iD_F(p)_{\mu\nu} = \frac{-ig_{\mu\nu}}{p^2 + i\varepsilon}$$

(cechowanie!)

Rysunek 1: Propagatory.

Oprócz linii występują tzw. wierzchołki (ang. *vertex*) wskazujące jak cząstki, reprezentowane przez linie, mogą ze sobą oddziaływać. Wierzchołki odpowiadają hamiltonianowi oddziaływania H_1^I. Wierzchołki wskazują po pierwsze, jakie oddziaływania są w ogóle możliwe, a po drugie stowarzyszone są z nimi funkcje pędów i macierze.



Rysunek 2: Wierzchołki.

Widzimy, że najprostszą strukturę ma propagator cząstki skalarnej: jest to po prostu funkcja $1/(p^2 - m^2 + i\varepsilon)$, gdzie masa m jest masą tej cząstki. Mała część urojona wskazuje, jak należy obchodzić osobliwości dla $p^2 = m^2$ w ewentualnych całkach po p. Na rysunku **??** pokazano wierzchołek w tzw. teorii φ^4, który jest po prostu stałą g, którą określa się jako *stałą sprzężenia*. W teorii pola rozważa się inne możliwe sprzężenia, np. trzycząstkowe.

Diagramy Feynmana konstruujemy w następujący sposób: rysujemy linie odpowiadające cząstkom wchodzącym i wychodzącym, a następnie łączymy je przy pomocy minimalnej liczby wierzchołków i linii wewnętrznych.

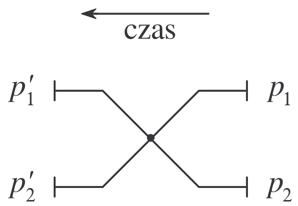
Zanim rozważymy rospraszanie $2 \to 2$ warto wprowadzić powszechnie używane zmienne Mandelstamma. W przypadku rozpraszania elastycznego dwóch cząstek o czteropędach $p_{1,2}$ i masach $m_{1,2}$ przechodzących w $p'_{1,2}$ definiujemy:

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 = (p'_1 + p'_2)^2, \\ t &= (p'_1 - p_1)^2 = (p'_2 - p_2)^2, \\ u &= (p'_1 - p_2)^2 = (p'_2 - p_1)^2. \end{aligned} \tag{3}$$

Nie są to zmienne niezależne gdyż

$$s + t + u = 2(m_1^2 + m_2^2) \tag{4}$$

W teorii φ^4 w najniższym rzędzie rachunku zaburzeń dla procesu $2 \to 2$ $\mathcal{M}_{fi} \sim g$, a jedyny możliwy proces rozpraszania to $2 \to 2$. Nie zachodzi proces $2 \to 3$, a najprostszy rozpad to $1 \to 3$.



Rysunek 3: Rozpraszanie $2 \to 2$ w teorii skalarniej ϕ^4.

W teorii z fermionami (np. elektrodynamika) sytuacja jest bardziej skomplikowana. Propagatory są macierzami 4×4, którym odpowiadają indeksy α i β. Wynika to stąd, że w relatywistycznej mechanice kwantowej (teorii pola) funkcja falowa fermionu nie jest skalarem, ale obiektem 4 wymiarowym (tzw. bispinorem Diraca). Dwie górne składowe odpowiadają cząstkom o dwóch różnych rzutach spinu na oś kwantyzacji, natomiast dwie dolne składowe antycząstkom. W tej przestrzeni działają czterowymiarowe macierze Diraka $\gamma^\mu_{\alpha\beta}$, gdzie indeks $\mu = 0, 1, 2$ i 3 jest indeksem Lorentza. Bardzo często występujący w teorii relatywistycznej iloczyn macierzy Diraka i jakiegoś czterowektora (np. pędu) oznaczamy przekreśleniem

$$\gamma^\mu p_\mu = \not{p}.$$

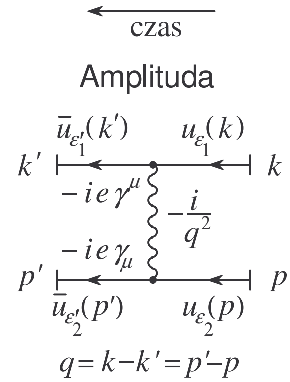
Z kolei propagator fotonu proporcjonalny jest do tensora metrycznego $g_{\mu\nu}$ (w tzw. cechowaniu Fenymana), co wiąże się z tym, że funkcja falowa fotonu jest w teorii pola związana z czteropotencjałem A^μ. Sprzężenie foton-fermion proporcjonalne jest do macierzy $\gamma^\mu_{\alpha\beta}$ oraz stałej sprzężenia, którą w tym wypadku jest ładunek elektryczny e. Pierwszy nieznikający przyczynek do amplitudy rozpraszania dwóch fermionów pokazany jest na rysunku **??**. Funkcje u_ε są wspomnianumi wyżej czynnikami normalizacyjnymi (w rzeczywistości są to bispinory Diraka dla cząstki swobodnej o określonym pędzie i rzucie spinu na oś kwantyzacji).

Widzimy, że po podniesieniu do kwadratu amplitudy z rysunku **??** przekrój czynny będzie proporcjonalny do $(1/q^2)^2$. Rozpatrzmy przypadek w którym cząstką o pedzie p jest proton, który spoczywa, a cząstką padającą jest elektron. Jeżeli zaniedbamy niewielki odrzut protonu, to wówczas energia elektronu jest zachowana:

$$\begin{aligned} k &= (E, 0, 0, k), \\ k' &= (E, 0, k\sin\theta, k\cos\theta). \end{aligned}$$

Wówczas

$$\begin{aligned} q^2 &= (k - k')^2 = -k^2(\sin^2\theta + (\cos\theta - 1)^2) \\ &= -k^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta - 2\cos\theta + 1) \\ &= -2k^2(1 - \cos\theta) = -4k^2\sin^2\frac{\theta}{2}. \end{aligned} \tag{5}$$



Rysunek 4: Rozpraszanie $2 \to 2$ w elektrodynamice.

Wzór na przekrój czynny na rozpraszanie elektron-proton ma w tym przybliżeniu postać (wzór Motta):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha\hbar}{2k^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} \right)^2 \left[m^2 + k^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \tag{6}$$

gdzie człon w nawiasie kwadratowym pochodzi z mianownika kwadratu amplitudy, do obliczenia którego należy zastosować techniki wychodzące poza zakres tego wykładu. Widzimy, że w granicy nierelatywistycznej $k^2 << m^2$ odtwarzamy znany z mechaniki klasycznej wzór Rutheforda (który zresztą jest identyczny, ze wzorem otrymanym w przybliżeniu Borna w ramach nierelatywistycznej mechaniki kwantowej).

Na koniec rozważmy proces zwany formacją rezonansu. Typowym przykładem jest tu anihilacja e^+e^- na jeden foton, lub na mezony wektorowe, które następnie mogą rozpaść się na cokolwiek, my tu rozważymy rozpad na kwark i antykwark. Ponieważ nie interesują nas produkty rozpadu (byleby w stanie końcowym były hadrony) nie rozpatrujemy szczegółowo co dalej dzieje się z parą kwar-antykwark: zakładamy, że z prawdopodobieństwem 1 zamieniają się one w cząstki fizyczne. Podane wyżej reguły Feynmana dotyczą cząstek stabilnych. Jednakże cząstki produkowane w zderzeniu e^+e^- to niestabilne rezonanse. Fakt, że cząstka może się rozpadać, a więc że jej funkcja falowa „znika”, uwzględnia się przez dodanie od masy cząstki części urojonej

$$m \to m - i\frac{\Gamma}{2}. \tag{7}$$

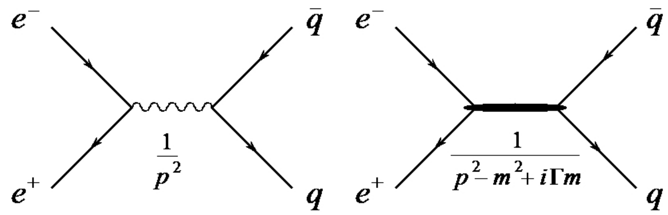
To powoduje, że dla cząstki nierelatywistycznej, której energia $E \simeq m$ część czasowa funkci falowej

$$e^{-iEt} \to e^{-imt} e^{-\Gamma t/2}. \tag{8}$$

Po takiej zamianie, propagator cząstki masowej dostaje „naturalną” część urojoną, tak jak to pokazano na rysunku **??**.

Po podniesieniu amplitudy do kwadratu, przyjmując kinematykę układu centrum masy

$$\begin{aligned} p_1 &= (E_1, \vec{p}), \\ p_2 &= (E_1, -\vec{p}) \end{aligned}$$



Rysunek 5: Formacja rezonansu w kanale s.

poza licznikiem pojawia się mianownik postaci (Breit-Wigner)

$$\sigma \sim \frac{1}{(E^2 - m^2)^2 + \Gamma^2 m^2} \tag{9}$$

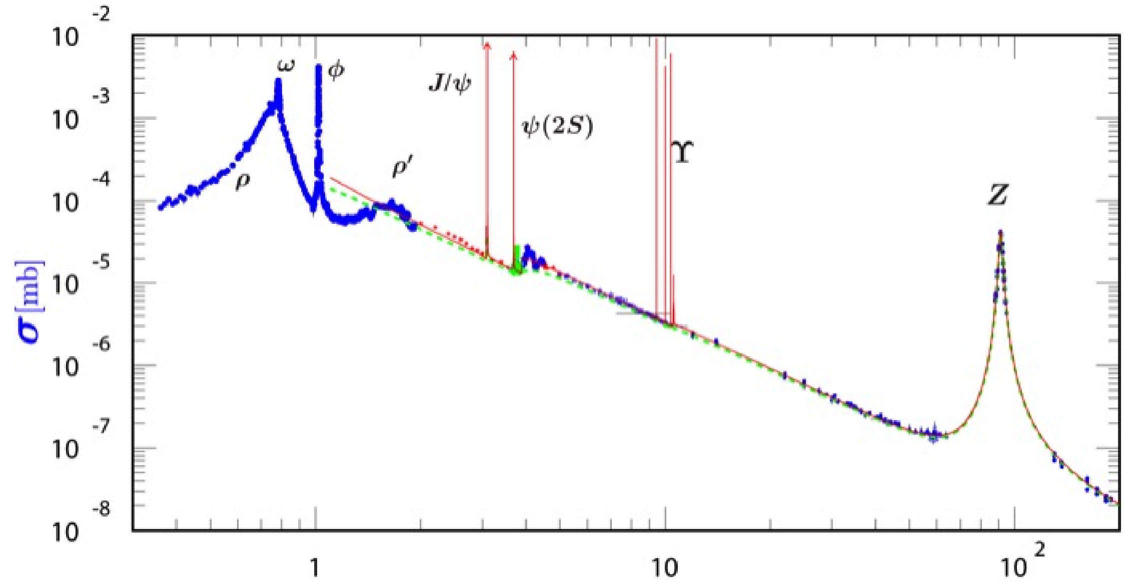
gdzie $E = E_1 + E_2$. Zauważmy, że w tym układzie $E = \sqrt{s}$.

Na rysunku **??** pokazano przekrój czynny (**??**) w funkcji $E = \sqrt{s}$. Widzimy szereg rezonansów wektorowych począwszy od ρ^0 poprzez rezonanse złożone z ciężkich kwarków $Q\overline{Q}$ aż po bozon Z, które pojawiają się jako wzmocnienia (z ang. *peaks*) funkcji $\sigma(E)$ wokół $E = m_R$, gdzie m_R to masa rezonansu. Szerokość tych wzmocnień jest proporcjonalna do $\Gamma_R \sim 1/t_R$.

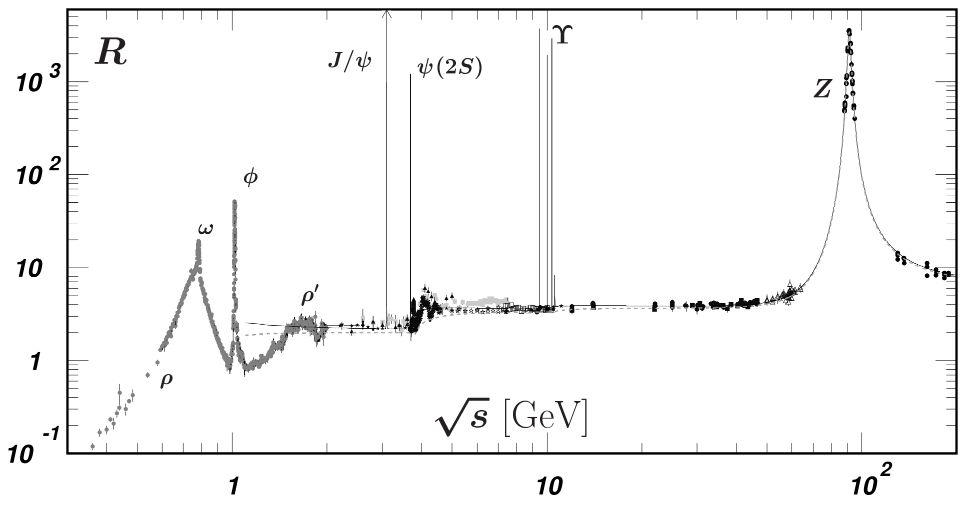
Zamiast przekroju czynnego, który silnie maleje z energią, wygodnie jest wykreślić stosunek

$$R = \frac{\sigma_{e^+e^- \to \mathrm{hadrony}}}{\sigma_{e^+e^- \to \mu^+\mu^-}}, \tag{10}$$

w którym nieinteresujące nas czynniki normalizacyjne się kasują i który niesie dynamiczną informację dotyczącą produkcji rezonansów. Poza obszarem wzmocnień reezonansowych R jest prawie niezależny od energii.



Rysunek 6: Formacja rezonansów w kanale s – przekrój czynny.



Rysunek 7: Formacja rezonansów w kanale s stosunek R.