Wstęp do fizyki cząstek

zestaw 13 i 14

18.05.2016. środa, godz. 16:00

sala F-1-04

1. Operatory

$$P_{\pm} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)$$

są operatorami rzutowymi. Rozbić równanie Diraka

$$(\gamma^{\mu} p_{\mu} - m)\,\psi = 0, \tag{1}$$

na dwa równania na funkcje

$$\psi_{\pm} = P_{\pm}\psi.$$

Skorzystać jedynie z własności komutacji γ_5 i γ^{μ}.

2. Znaleźć jawną postać γ_5 oraz $P_{\pm}$ w reprezentacji macierzy Diraka, gdziec

$$\gamma^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \gamma^0 = \begin{bmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{bmatrix} \tag{2}$$

oraz

$$\gamma^0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \gamma^0 = \begin{bmatrix} 0 & -\sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

3. Równanie Diraka w zenętrznym polu elektromagnetycznym ma postać

$$\{i\gamma^{\mu}(\partial_{\mu} + ieA_{\mu}) - m\}\,\psi = 0,$$

gdzie $e > 0$ jestladunkiem eletrycznym. Oznaczmy przez ψ^c pole *sprzężone ładunkowo*, czyli takie, które opisuje cząstkę o przeciwnym ładunku:

$$\{i\gamma^{\mu}(\partial_{\mu} - ieA_{\mu}) - m\}\,\psi^c = 0.$$

Operacja sprzęzenia ładunkowego przeprowadza $\psi \to \psi^c$. Wykazać, że

$$\psi^c = C\psi^*,$$

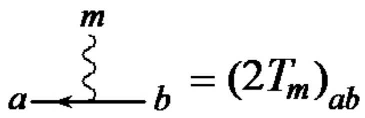
Gdzie C jest pewną macierzą. Wykazać, że macierz C spełnia warunek:

$$\gamma^{\mu} = -C(\gamma^{\mu})^* C. \tag{4}$$

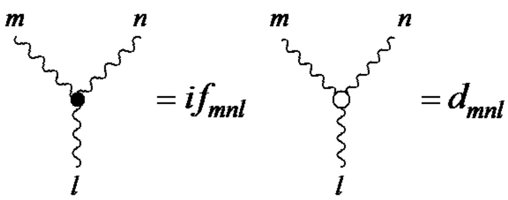
Korzystając z jawnej postaci macierzy γ^{μ} z poprzedniego zadania wykazać, że

$$C = e^{i\phi}\gamma^2.$$

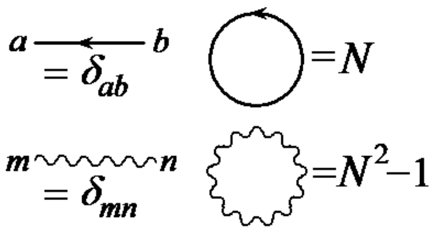
4. Korzystajac z wprowadzonej na jednym z pierwszych wykładów notacji graficznej dla generatorów grupy SU(N) (bez dwójki, ktora jest na rysunku):



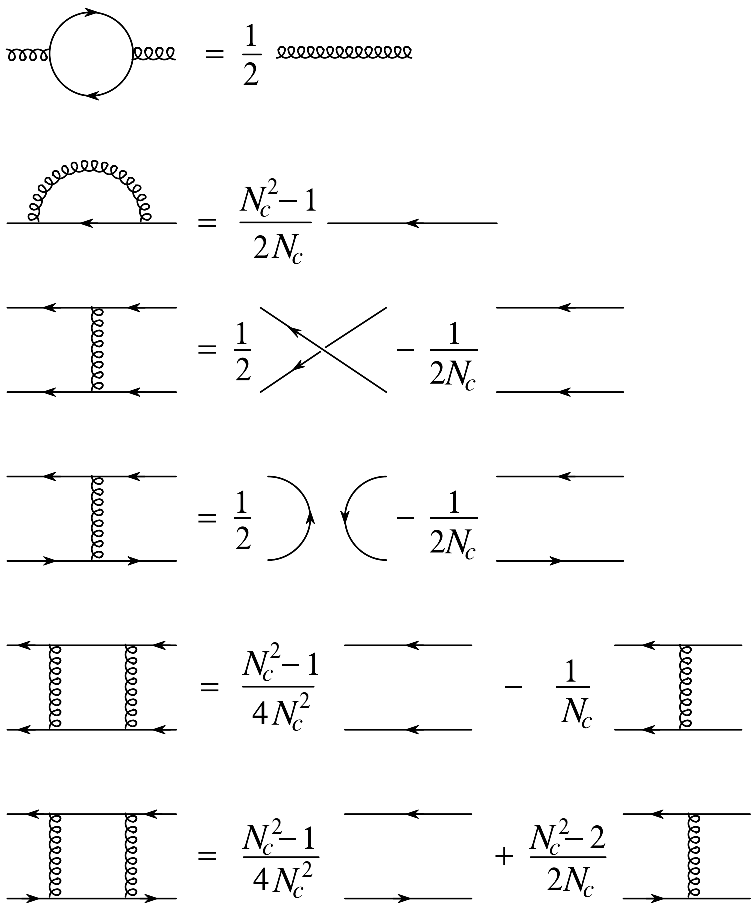
oraz stałych struktury:



oraz korzystajac z wlasnosci:



wyprowadzic tozsamosci poane na rysunku (pierwsza tozsamosc jest definicja normalizacji i nie trzeba jej wyprowadzac):



= $\frac{1}{2}$
= $\frac{N_c^2-1}{2N_c}$
= $\frac{1}{2}$ − $\frac{1}{2N_c}$
= $\frac{1}{2}$ − $\frac{1}{2N_c}$
= $\frac{N_c^2-1}{4N_c^2}$ − $\frac{1}{N_c}$
= $\frac{N_c^2-1}{4N_c^2}$ + $\frac{N_c^2-2}{2N_c}$