Wstęp do fizyki cząstek

zestaw 3 i 4

16.3.2016. środa, godz. 16:00

sala F-1-04

1. Macierze Gell-Mann'a, które są dla grupy SU(3) odpowiednikem macierzy Pauliego przyjmują postać:

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \ \lambda_2 = \begin{bmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \ \lambda_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
\lambda_4 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \ \lambda_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
\lambda_6 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \ \lambda_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{bmatrix}, \\
\lambda_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{1}$$

Generatory grupy SU(3) w reprezentacji fundamentalnej to $T_\alpha = \lambda_a/2$. Obliczyć działanie operatorów

$$Y = \frac{2}{\sqrt{3}} T_8, \quad T_3, \quad I_\pm = T_1 \pm i T_2, \qquad V_\pm = T_4 \pm i T_5, \qquad \hat{U}_\pm = T_6 \pm i T_7 \tag{2}$$

na stany bazowe:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{3}$$

Jak działają operatory (2) zbudowane z operatorów $-T^*_\alpha$? Jakim liczbom kwantowym w obu przypadkach odpowiadaja stany (3)?

2. Rozkład iloczynu dwóch trypletów na reprezentacje nieredukowalne (wyjaśnienie notacji będzie na wykładzie).

Podobnie jak dla grupy SU(2) w przypadku grupy SU(3) stany iloczynowe dwóch różnych reprezentacji

$$\left| (R_1)\, Y^{(1)}, I^{(1)}, I_3^{(1)} \right\rangle \left| (R_2)\, Y^{(2)}, I^{(2)}, I_3^{(2)} \right\rangle$$

nie diagonalizują operatora Casimira C_2. Oznacza to, że w ogólności są one kombinacjami stanów o $Y = Y^{(1)} + Y^{(2)}$ i $I_3 = I_3^{(1)} + I_3^{(2)}$ (hiperładunek Y i trzecia składowa izospinu I_3 są addytywne) należących do różnych reperezentacji nieredukowalnych. Jednakże stan iloczynowy dwóch stanów o najwyższej wadze (tzn. takich, dla których działanie I_+, V_+ i U_+ daje zero) jest stanem własnym pewnej reprezentacji.

Rozpatryzć złożenie dwóch reprezentacji funademantalnych $R_1 = R_2 = 3$. Na stan iloczynowy stanów o najwyższej wadze (patrz zadanie poprzednie) zadziałać operatorami I_-, V_- oraz U_- (pamiętając ze działanie operatora np. I_- na stan iloczynowy oblicza się jako: $I_- = I_-^{(1)} \otimes 1^{(2)} + 1^{(1)} \otimes I_-^{(2)}$) aż otrzymamy zero. W ten sposób powstanie najwyżej wymiarowa reprezentacja w rozkładzie $\mathbf{3} \otimes \mathbf{3}$.

Aby skonstruować następne stany należące do innych reprezentacji, należy wziąć stan powstały w wyniku zadziałania I_- na stan iloczynowy dwóch stanów o najwyższej wadze, skonstruować stan do niego ortogonalny i powtórzyć kroki polegające na działaniu I_-, V_- oraz U_-. Okaże się, że dla badanego iloczynu reprezentacji fundamentalnych to już wystarczy, żeby skonstruować pełny rozkład.

3. Rozważmy reakcje ropraszania cząstek π na protonie:

$$\begin{aligned} \pi^+ p &\to \pi^+ p \\ \pi^- p &\to \pi^- p \\ \pi^- p &\to \pi^0 n \end{aligned}$$

Cząstki π stanowią triplet izospinowy

$$\left|\pi^\pm\right\rangle = \mp \left|1, \pm 1\right\rangle, \ \left|\pi^0\right\rangle = \left|1, 0\right\rangle$$

natomiast nukleon dublet

$$\left|p\right\rangle = \left|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle, \ \left|n\right\rangle = \left|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle.$$

Izospin jest liczbą kwantową o własościach – jeśli chodzi o składanie – takich jak moment pędu. Jest on zachowany w oddziaływaniach silnych odpowiedzialnych za podane wyżej reakcje. Stany numerujemy wartością t całkowitego izospinu i t_3:

$$\left|t, t_3\right\rangle.$$

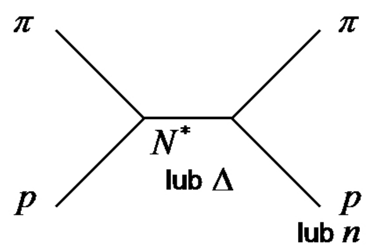
Rozpraszanie π-nukleon może zachodzić porzez uformowanie stanu pośredniego zwanego rezonansem.

Może to być rezonans Δ:

$$\left|\Delta^{++}\right\rangle = \left|\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\rangle, \ \left|\Delta^{+}\right\rangle = \left|\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle, \ \left|\Delta^{0}\right\rangle = \left|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle, \ \left|\Delta^{-}\right\rangle = \left|\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\rangle$$

lub rezonans N^*

$$\left|p^*\right\rangle = \left|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle, \ \left|n^*\right\rangle = \left|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle.$$



Obliczyć stosunki przekrojów czynnych na podane wyżej reakcje przyjmując, że zachodzą one albo poprzez uformowanie rezonansu Δ albo N^*.

WSKAZÓWKA: Mając dany stan początkowy w powyższych reakcjach, zastanowić się, jak wygląda amplituda prawdopodobieństwa otrzymania stanu pośredniego, a następnie otrzymania danego stanu końcowego. Przekrój czynny jest proporcjonalny do kwadratu amplitudy. Odpowiednie współczynniki Clebscha-Gordana odczytać z tablic.

4. Hyperon Ω^- jest cząstką o spinie 3/2 i tzw. wewnętrznej parzystości +. Ω^- rozpada się na bezspinowy mezon K^- o wewnętrznej parzystości $-$ i hyperon Λ^0 o spinie 1/2 i wewnętrznej parzystości +:

$$\Omega^- \to K^- + \Lambda^0.$$

Jaką formę ma najogólniejszy rozkład kątowy mezonu K^- względem kierunku spinu Ω^- jeżeli spoczywający przed rozpadem hyperon Ω^- miał rzut spinu na oś z równy 3/2? Jakie ograniczenia na ten rozkład narzuca zachowanie parzystości?

WSKAZÓWKA:

Po pierwsze trzeba sobie odpowiedzieć na pytanie co to jest rozkład kątowy. W tym celu należy skonstruować f. falową mezonu K^- i podnieść ją do kwadratu. Funkcja ta składa się z części spinowej i kątowej (funkcja kulista) złożonych odpowiednio przy pomocy wsp. Clebscha-Goradana na stan $|3/2, 3/2\rangle$. Takich funkcji mamy dwie i pełna f. falowa jest ich sumą z pewnymi (nieznanymi) współczynnikami. Parzystość f. kulistej wynosi $(-)^l$ (dlaczego?). Jeżeli parzystość ma być zachowana to jeden z wymienionych wyżej współczynników musi się zerować. Za funkcje spinowe przyjąć unormowane wektory własne $\hat{S}_3$:

$$\chi_{s=1/2}^{1/2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \chi_{s=1/2}^{-1/2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

http://th-www.if.uj.edu.pl/~michal/