

Masy neutrin

Przypomnienie: symetria $U(1) \times SU(2)$:

$$L = \begin{bmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_A \\ \Phi_B \end{bmatrix}$$

Prawa transformacji $U(1) \times SU(2)$:

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{-i\theta(x)} U(x) \Phi, \quad L \rightarrow L' = e^{i\theta(x)} U(x) L, \quad e_R \rightarrow e'_R = e^{i2\theta(x)} e_R, \quad \nu_{eR} \rightarrow \nu'_{eR} = \nu_{eR}$$

Niezmienniczy lagrangian Yukawy:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int}^e &= -\lambda_e \left\{ (L^\dagger \Phi) e_R + e_R^\dagger (\Phi^\dagger L) \right\} \\ &= -\lambda_e \left\{ \Phi_A \left(\nu_{eL}^\dagger e_R \right) + \Phi_B \left(e_L^\dagger e_R \right) + \Phi_A^\dagger \left(e_R^\dagger \nu_{eL} \right) + \Phi_B^\dagger \left(e_R^\dagger e_L \right) \right\} \end{aligned}$$

Łamanie symetrii

$$\Phi_A(x) = 0, \quad \Phi_B(x) = \phi_0 + h(x)/\sqrt{2}$$

W modelu standardowym *neutrino są bezmasowe*.

Masy neutrin

Jak wprowadzić do MS masy neutrin?

Dwie możliwości:

1. neutrina i antyneutrino są *różnymi cząstkami* (neutrino Diraka)
2. neutrina i antyneutrino są *identycznymi cząstkami* (neutrino Majorany)

Rozważmy możliwość pierwszą.

Neutrina Diraka

$$\mathcal{L}_{\text{mass}}^{\nu} = - \sum_{\alpha, \beta = e, \mu, \tau} \left(\nu_{\alpha L}^{\dagger}(x) m_{\alpha\beta} \nu_{\beta R}(x) + \nu_{\beta R}^{\dagger}(x) m_{\beta\alpha}^* \nu_{\alpha L}(x) \right)$$

Macierz m można zdiagonalizować

$$m = U^{L\dagger} m^D U^R$$

gdzie $m^D = \text{diag}(m_1, m_2, m_3)$, gdzie $m_i > 0$. Macierze $U^{R,L}$ wyznaczone są z dokładnością do fazy:

$$U_{i\alpha}^{L,R} \rightarrow e^{-i\delta_i} U_{i\alpha}^{L,R}.$$

Indeksy

$$\begin{aligned} \alpha, \beta &= e, \mu, \tau && \text{stany własne oddziaływań słabych} \\ i, j &= 1, 2, 3 && \text{stany własne masy (propagacji)} \end{aligned}$$

Mamy

$$\begin{aligned} \nu_{iL,R}(x) &= U_{i\alpha}^{L,R} \nu_{\alpha L,R}(x) \\ \nu_{\alpha L,R}(x) &= U_{\alpha i}^{L,R\dagger} \nu_{iL,R}(x) \end{aligned}$$

Oddziaływanie z bozonami W zachodzi przez prądy naładowane

$$j^\mu = \left(e_L^\dagger \gamma^\mu \nu_{eL} + \mu_L^\dagger \gamma^\mu \nu_{\mu L} + \tau_L^\dagger \gamma^\mu \nu_{\tau L} \right)$$

$$\mathcal{L}_{lW} = -\frac{e}{\sqrt{2} \sin \theta_W} [j^{\mu\dagger} W_\mu^+ + j^\mu W_\mu^-]$$

Zapiszmy ogólnie

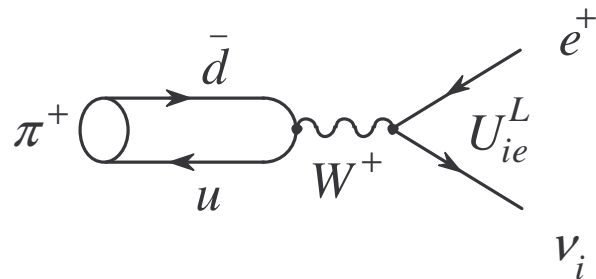
$$j^\mu = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \alpha_L^\dagger \gamma^\mu \nu_{\alpha L} = \sum_{\substack{\alpha=e,\mu,\tau \\ i=1,2,3}} \alpha_L^\dagger \gamma^\mu U_{\alpha i}^{L\dagger} \nu_{iL}$$

Prąd neutralny (sprzężenie do bozonu Z)

$$j_{e\text{ neutral}}^\mu = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \nu_{\alpha L}^\dagger \gamma^\mu \nu_{\alpha L}$$

jest niezmienniczy.

Jak taka modyfikacja wpływa na wielkości mierzalne?
 Rozpad pionu:



$$\Gamma = \frac{1}{\tau} \sim |U_{ei}^L|^2$$

ale musimy wysumować po i (neutrino nie obserwujemy)

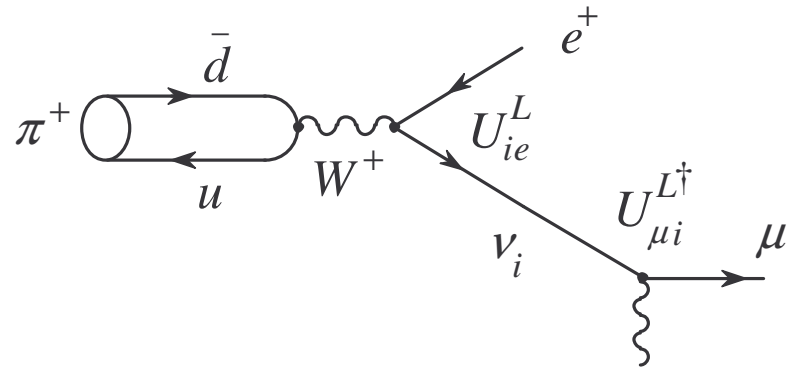
$$\sum_{i=1,2,3} |U_{ei}^L|^2 = 1.$$

Inne efekty pochodzące od masy są małe.

Wniosek:

wyniki zwykłych eksperymentów nie zmieniają się z powodu mieszania.

Chyba, że zaobserwujemy oscylacje:



Równanie Diraka:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi = 0,$$

gdzie

$$\partial_\mu = (\partial_t, \partial_{\vec{x}}).$$

Weźmy chiralną reprezentację macierzy γ :

$$\gamma^0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \gamma^k = \begin{bmatrix} 0 & -\sigma_k \\ \sigma_k & 0 \end{bmatrix}, \quad \gamma^5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Wtedy

$$\begin{bmatrix} -m & i\partial_t + i\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} \\ i\partial_t - i\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} & -m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{bmatrix} = 0.$$

$$(i\partial_t - i\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}) \psi_L - m\psi_R = 0, \quad (i\partial_t + i\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}) \psi_R - m\psi_L = 0$$

można zapisać dla niediagonalnych mas:

$$(i\partial_t - i\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}) \nu_{\alpha L} - m_{\alpha\beta} \nu_{\beta R} = 0, \quad (i\partial_t + i\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}) \nu_{\beta R} - \underbrace{m_{\beta\alpha}}_{m^\dagger} \nu_{\alpha L} = 0$$

Gdyby neutrina były bezmasowe

$$\left(i\partial_t - i\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}\right) \nu_{\alpha L} = 0, \quad \nu_{\alpha R} = 0$$

lewoskrętna fala płaska w kierunku z ma postać:

$$\nu_{\alpha L} = f_{\alpha} e^{-iE(t-z)} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Rzeczywiście

$$\left(i\partial_t - i\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}\right) \nu_{\alpha L} = \begin{bmatrix} i\partial_t - i\partial_z & 0 \\ 0 & i\partial_t + i\partial_z \end{bmatrix} \nu_{\alpha L} = f_{\alpha} e^{-iE(t-z)} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Zakładając małe masy prawe i lewe rozwiązania muszą być proporcjonalne:

$$\nu_{\alpha L} = f_{\alpha}(z)e^{-iE(t-z)} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \nu_{\beta R} = g_{\beta}(z)e^{-iE(t-z)} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Podstawiając do równań:

$$\left(i\partial_t - i\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}\right) \nu_{\alpha L} - m_{\alpha\beta} \nu_{\beta R} = 0, \quad \left(i\partial_t + i\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}\right) \nu_{\beta R} - m_{\beta\alpha}^{\dagger} \nu_{\alpha L} = 0$$

dostajemy:

$$i\frac{d}{dz}f_{\alpha}(z) - m_{\alpha\beta}g_{\beta}(z) = 0, \quad \left(2E - i\frac{d}{dz}\right)g_{\beta}(z) - m_{\beta\alpha}^{\dagger}f_{\alpha}(z) = 0$$

Dla $E/m \gg 1$ można zaniedbać dg/dz :

$$g_{\beta}(z) = \frac{1}{2E} \sum_{\alpha} m_{\beta\alpha}^{\dagger} f_{\alpha}(z)$$

i dalej

$$i\frac{d}{dz}f_{\alpha}(z) = \frac{1}{2E} \sum_{\beta,\gamma} m_{\alpha\beta} m_{\beta\gamma}^{\dagger} f_{\gamma}(z)$$

Ponieważ

$$m = U^{L\dagger} m^D U^R$$

$$i \frac{d}{dz} f_\alpha(z) = \frac{1}{2E} \sum_{\beta, \gamma} m_{\alpha\beta} m_{\beta\gamma}^\dagger f_\gamma(z) = \sum_{i, \gamma} \frac{m_i^2}{2E} U_{\alpha i}^{L\dagger} U_{i\gamma}^L f_\gamma(z).$$

Ponieważ nie ma nigdzie U^R opuścimy indeks L : Definiując

$$f_i = U_{i\gamma} f_\gamma$$

dostajemy

$$i \frac{d}{dz} f_i(z) = \frac{m_i^2}{2E} f_i(z) \rightarrow f_i(z) = e^{-i(m_i^2/2E)z} f_i(0)$$

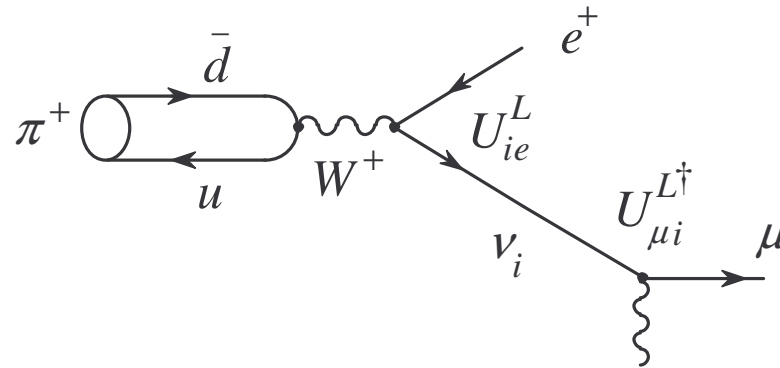
Stąd pełna *funkcja falowa* lewoskretnego neutrina:

$$v_i(t, z) = e^{-iEt + i(E - m_i^2/2E)z} f_i(0)$$

Rozwiązanie to określa pęd neutrina o masie m_i :

$$p_i = E - \frac{m_i^2}{2E} \rightarrow p_i^2 = E^2 - m_i^2 + \mathcal{O}\left(\frac{m_i^4}{E^2}\right)$$

Wracamy do mieszania.



W chwili $t = 0$ w $z = 0$ neutrino „rodzi” się jako $\alpha = e, \mu$ lub τ a następnie oddziaływuje w punkcie z jako neutrino β :

$$f_{\beta}(z) = \sum_i U_{\beta i}^{\dagger} e^{-i(m_i^2/2E)z} U_{i\alpha} f_{\alpha}(0)$$

Prawdopodobieństwo oscylacji

$$P_z(\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}) = \left| U_{\beta i}^{\dagger} e^{-i(m_i^2/2E)z} U_{i\alpha} \right|^2 = \sum_{i,j} U_{\alpha j}^{\dagger} e^{+i(m_j^2/2E)z} U_{j\beta} U_{\beta i}^{\dagger} e^{-i(m_i^2/2E)z} U_{i\alpha}$$

$$P_z(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sum_{i,j} U_{\alpha j}^\dagger U_{j\beta} U_{\beta i}^\dagger U_{i\alpha} e^{-i(m_{ij}^2/2E)z}$$

gdzie $m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$. Przyjęło się używać macierzy transponowanej:

$$u = U^T$$

Zakładając, że nie ma części urojonej:

$$\text{Im}(u_{\alpha j}^* u_{\beta j} u_{\beta i}^* u_{\alpha i}) = 0 \quad (1)$$

$$P_z(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \text{Re}(u_{\alpha 1}^* u_{\beta 1} u_{\beta 2}^* u_{\alpha 2}) \sin^2 \frac{m_{21}^2 z}{4E} \\ - 4 \text{Re}(u_{\alpha 1}^* u_{\beta 1} u_{\beta 3}^* u_{\alpha 3}) \sin^2 \frac{m_{31}^2 z}{4E} - 4 \text{Re}(u_{\alpha 2}^* u_{\beta 2} u_{\beta 3}^* u_{\alpha 3}) \sin^2 \frac{m_{32}^2 z}{4E}$$

Mamy też

$$m_{12}^2 + m_{23}^2 + m_{31}^2 = 0$$

Kilka faktów o neutrinach

Każdy człowiek wysyła dziennie około 340 milionów neutrin (z rozpadu 40K)

W każdym cm^3 wszechświata znajduje się około 330 neutrin reliktowych (z Wielkiego Wybuchu)

Każdy cm^2 powierzchni ziemi wysyła około 6 milionów neutrin na sekundę

Na każdy cm^2 powierzchni ziemi pada w ciągu sekundy około 70 miliardów neutrin ze Słońca

Standardowa elektrownia jądrowa wysyła w ciągu sekundy około 5×10^{20} neutrin

Reaktor produkuje $\bar{\nu}_e$ o energii 3 MeV, detektor jest w odległości 1 km

Promienie kosmiczne (p,e) produkują π , które rozpadają się na neutrina:

$$\pi^{+(-)} \rightarrow \mu^{+(-)} + \overset{(-)}{\nu}_{\mu}, \quad \mu^{+(-)} \rightarrow e^{+(-)} + \overset{(-)}{\nu}_e + \bar{\nu}_{\mu}$$

Produkuje się dwa razy więcej neutrin μ niż neutrin e . W detektorze wodnym Super-Kamiokande neutrina μ i e są wykrywane poprzez odwrotny proces β . Neutrino τ nie reagują, bo jest za mało energii na produkcję τ :

$$\nu_l + N \rightarrow N' + l$$

Typowa energia 1 GeV

Neutrino słoneczne

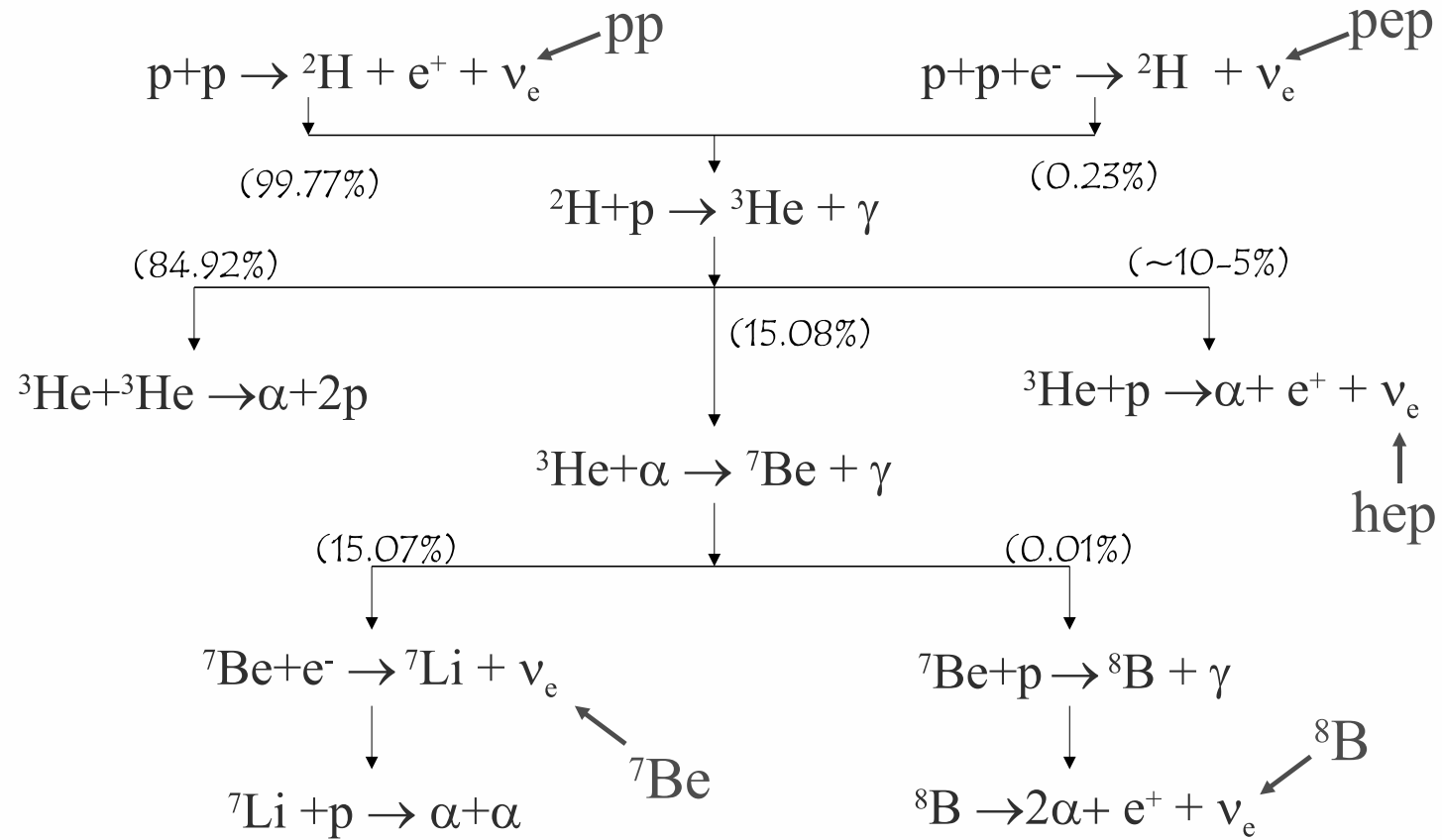
produkują się w wyniku reakcji jądrowych

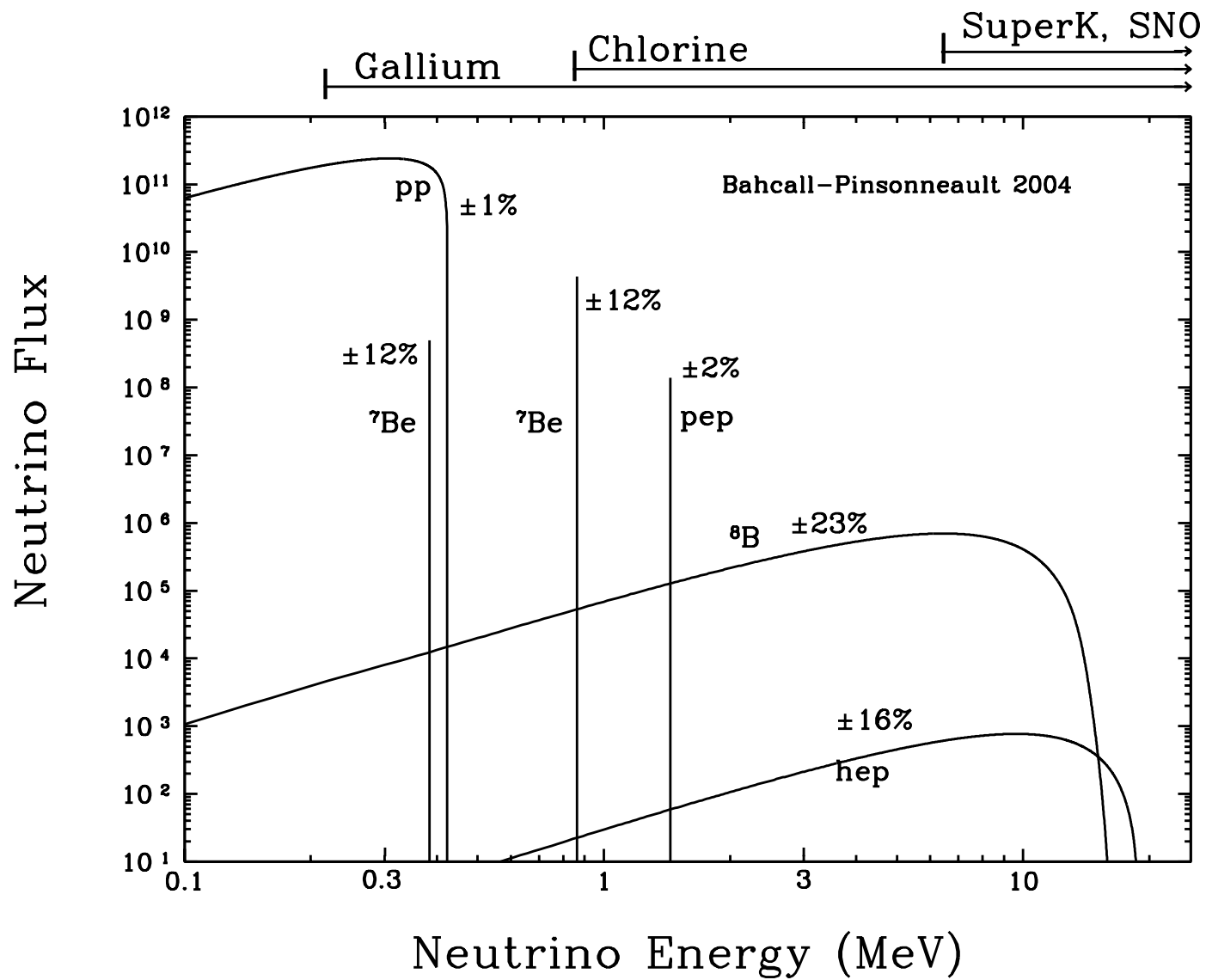
fotony potrzebują 10^4 lat, żeby wylecieć ze słońca

energia 10^7 lat

neutrino wylatują z predkością światła

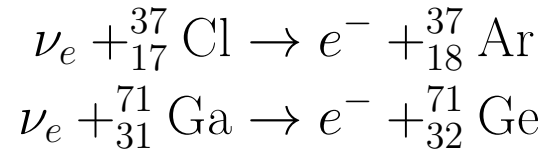
The solar pp chain



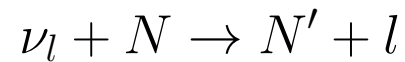


Detekcja neutrin słonecznych

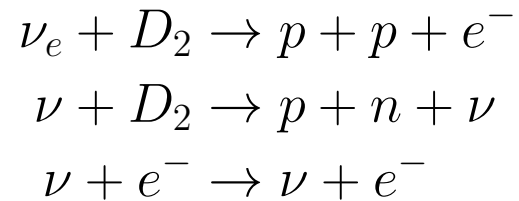
Detektory chemiczne:



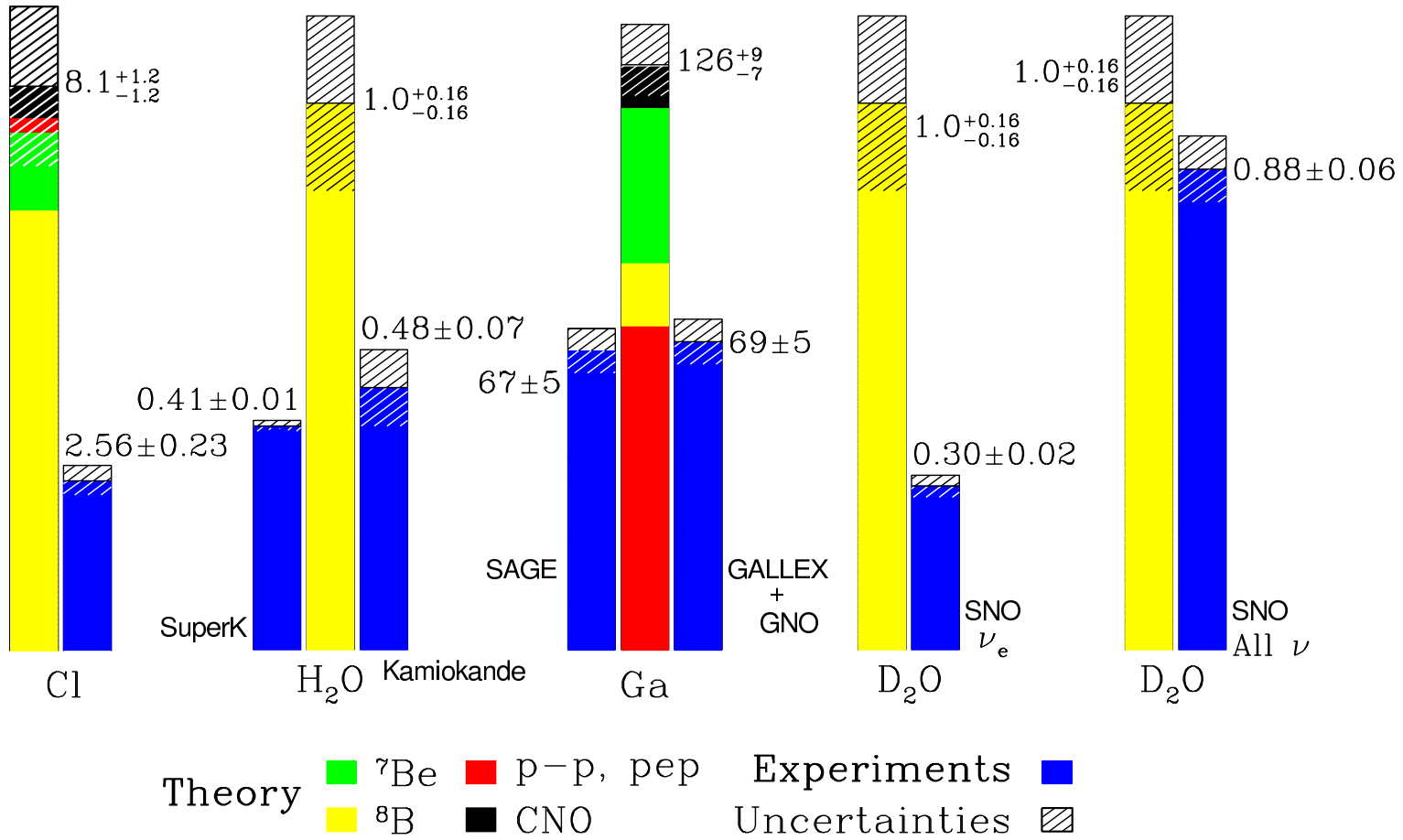
Detektory wodne (Super-Kamiokande)



Detektor z ciężką wodą (Sudbury Neutrino Observatory = SNO):



Total Rates: Standard Model vs. Experiment
Bahcall–Serenelli 2005 [BS05(OP)]



Co wiemy o masach i kątach?

Neutrino oscillations

– picture as of today

FLAVOR

PMNS mixing matrix

MASS

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_{23} & \sin\theta_{23} \\ 0 & -\sin\theta_{23} & \cos\theta_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta_{13} & 0 & \sin\theta_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_{13}e^{-i\delta} & 0 & \cos\theta_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta_{12} & \sin\theta_{12} & 0 \\ \sin\theta_{12} & \cos\theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}$$

„atmospheric”
SK, K2K, T2K, MINOS
Nova

$$\Delta m_{31}^2 = \begin{cases} 2.53^{+0.08}_{-0.10} \\ -(2.40^{+0.10}_{-0.07}) \end{cases} \times 10^{-3} \text{ eV}^2$$

CHOOZ,
DayaBay,
Reno,
DbIChooz,
T2K

$$\begin{aligned} \theta_{12} &= 34^\circ \pm 1^\circ \\ \theta_{23} &= 40^\circ + 5^\circ / - 2^\circ \\ \theta_{13} &= \mathbf{9.1^\circ \pm 0.6^\circ!} \end{aligned}$$

Based on PDG 2012

„solar”
SNO, KamLand,
SK, Borexino

$$\Delta m_{21}^2 = (7.62 \pm 0.19) \times 10^{-5} \text{ eV}^2$$

parameter θ_{13}
found to be non zero !!!

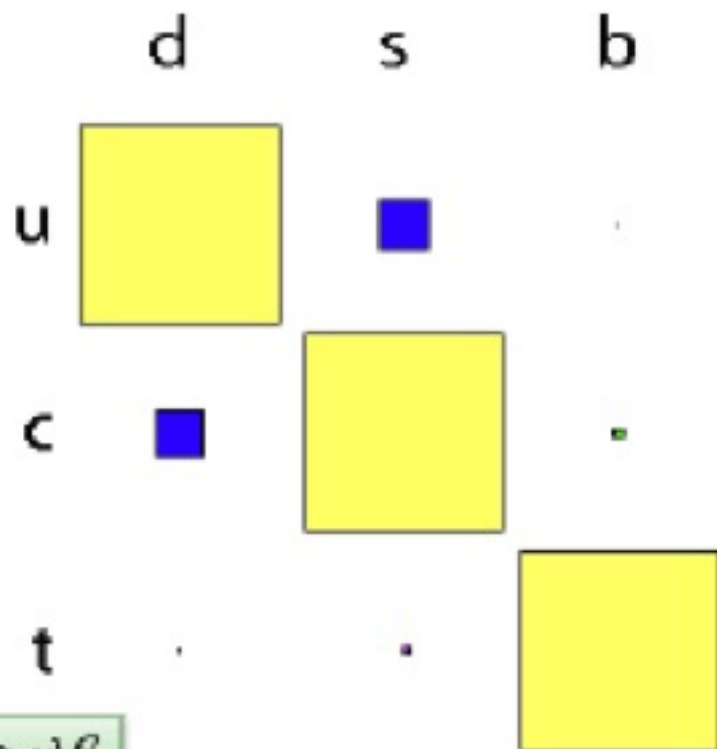
mixing angles, squared mass differences, CP violation phase - fundamental parameters of nature

* $\Delta m_{ji}^2 = m_j^2 - m_i^2$
 Two free parameters for the three Δm^2 's.
 ($\Delta m_{31}^2 = \Delta m_{21}^2 + \Delta m_{32}^2$)

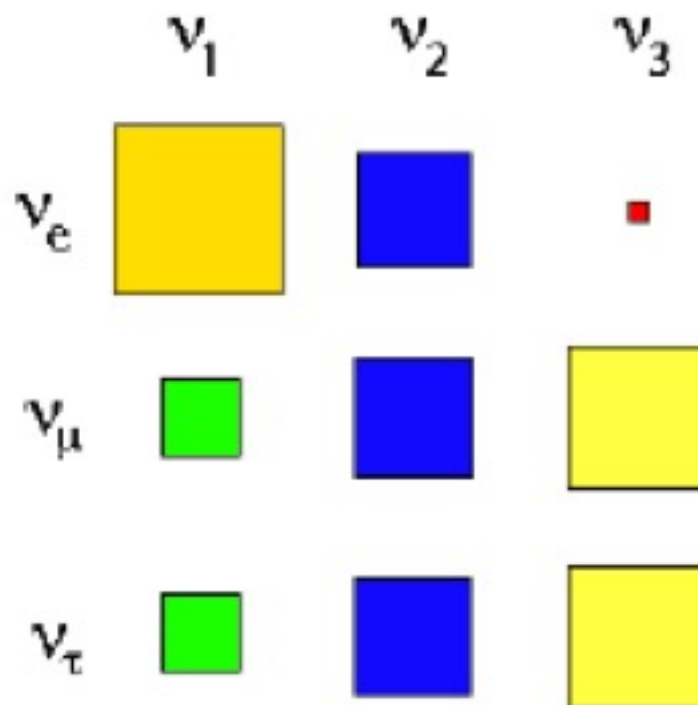
Cabibbo
Kobayashi
Maskawa

Pontecorvo
Maki
Nakagawa
Sakita

CKM

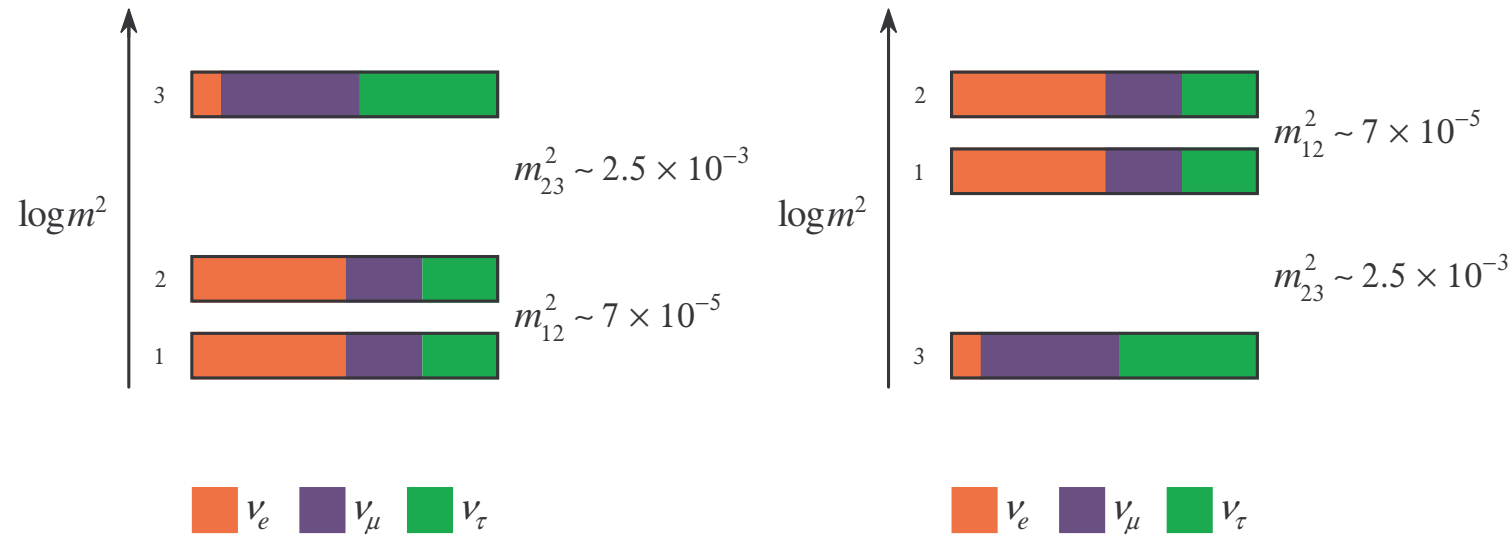


PMNS



Area $\sim V^2$

Co wiemy o masach i kątach?



Mamy:

$$m_{31}^2 \approx m_{32}^2 = \Delta m_{\text{atm}}^2 \sim 2 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$$

$$m_{21}^2 = \Delta m_{\odot}^2 \sim 8 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$$

Neutrino Majorany

Podwójny rozpad beta:

