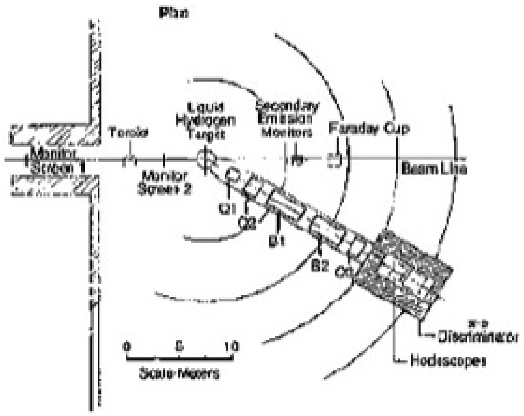
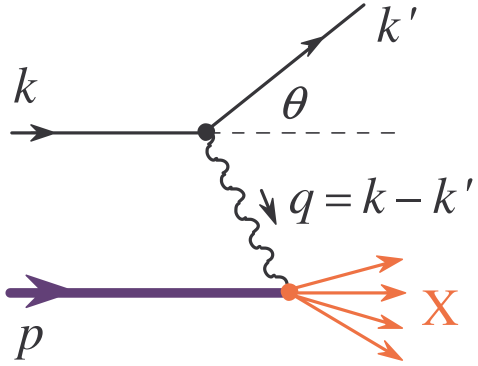
# Rozpraszanie głęboko nieelastyczne (deep inelastic scattering)

## SLAC

SLAC completed in 1967
Length: ~ 2 miles
Energy: 20 GeV



# Rozpraszanie głęboko nieelastyczne (deep inelastic scattering)




Mamy:

$$p = M(1,0,0,0)$$
$$k = \omega(1,0,0,1), \quad k' = \omega'(1,\, \sin\theta\sin\varphi,\, \sin\theta\cos\varphi,\, \cos\theta), \quad q = k - k'$$

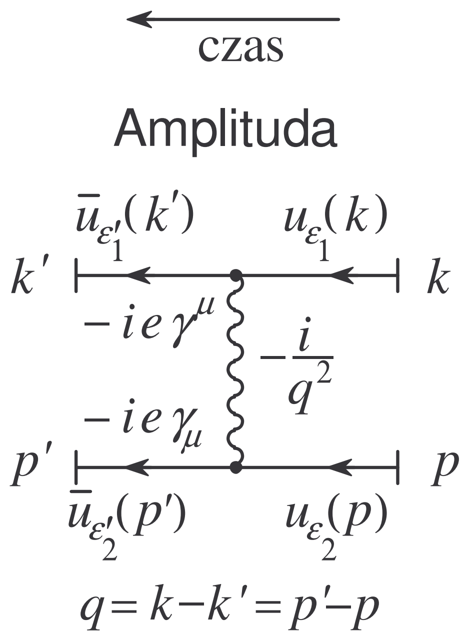
$$W^2 = p_X^2 \quad \text{(dla rozpraszania elastycznego } W^2 = M^2\text{)} \quad \text{i dodatkowo} \quad \int d^4 p_X$$

$$q \cdot p = (k - k') \cdot p = M(\omega - \omega') = M\nu$$

$$Q^2 = -q^2 = 2\,k \cdot k' = 2\omega\omega'(1 - \cos\theta) = 4\omega\omega' \sin^2\frac{\theta}{2}$$

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu} \to W^2 = (p+q)^2 = M^2 + Q^2\frac{1-x}{x} \to x \in (0,1)$$

# Rozpraszanie elastyczne – przekrój czyny




Przekrój czynny

$$d\sigma = \frac{1}{4E_1 E_2\,|\vec{v}|} \int |\mathcal{M}_{fi}|^2 \, \frac{d^4k'}{(2\pi)^3}\delta(k'^2)\,\frac{d^4p'_2}{(2\pi)^3}\delta(p'^2 - M^2)\,(2\pi)^4\delta(k + p - k' - p')$$

# Rozpraszanie elastyczne – przestrzeń fazowa

$$d\sigma = \frac{1}{4E_1E_2\,|\vec{v}|}\int |\mathcal{M}_{fi}|^2\;\frac{d^4k'}{(2\pi)^3}\delta(k'^2)\,\frac{d^4p_2'}{(2\pi)^3}\delta(p'^2-M^2)\,(2\pi)^4\delta(k+p-k'-p')$$
$$= \frac{1}{4M\omega}\frac{1}{(2\pi)^2}\int |\mathcal{M}_{fi}|^2\;\underbrace{d\omega' d^3k'\delta(\omega'^2-k'^2)}_{=I}\,\delta((p+q)^2-M^2)$$

Zajmijmy się całką:

$$I = \int d\omega' d^3\vec{k}'\delta(\omega'^2-k'^2) = \int k'^2dk'd\varphi d\cos\theta\; d\omega'\delta(\omega'^2-k'^2)$$
$$= \int d\cos\theta\frac{\omega'^2d\omega'}{2\omega'} = \pi\int\omega' d\omega' d\cos\theta$$

$$\boxed{\delta(f(x)) = \sum_i \frac{1}{f'(x)}\delta(x-x_i^{(0)})}$$

Jakobian

$$Q^2 = 2\omega\omega'(1-\cos\theta),\quad \nu=\omega-\omega'$$
$$d\omega' d\cos\theta = \left|\frac{d\,(\omega',\cos\theta)}{d(\nu,Q^2)}\right| dQ^2d\nu \rightarrow \boxed{I = \int dQ^2 d\nu\,\frac{\pi}{2\omega}}$$

# Rozpraszanie elastyczne – przestrzeń fazowa

$$d\sigma = \frac{1}{4M\omega}\frac{1}{(2\pi)^2}\int |\mathcal{M}_{fi}|^2 \; I\,\delta((p+q)^2 - M^2)\,, \qquad \boxed{I \to \int dQ^2 d\nu\,\tfrac{\pi}{2\omega}}$$

$$(p+q)^2 - M^2 = 2M\nu - Q^2$$

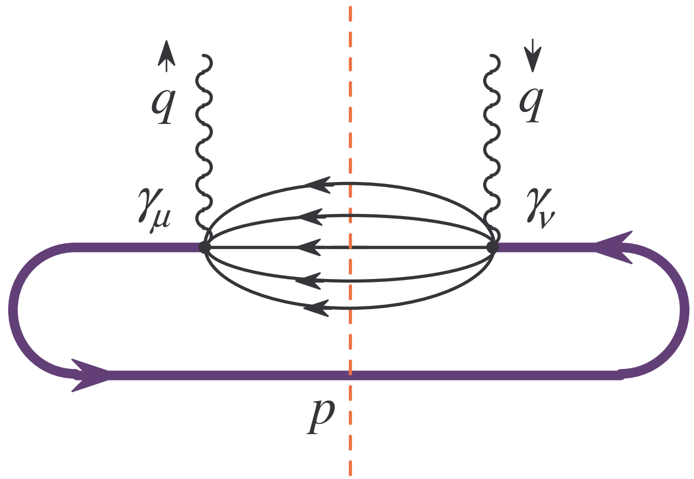
$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{1}{8M\omega^2}\frac{1}{4\pi}\int |\mathcal{M}_{fi}|^2 \; d\nu\,\delta(2M\nu - Q^2)$$

$$= \frac{1}{16M^2\omega^2}\frac{1}{4\pi}\int |\mathcal{M}_{fi}|^2 \; d\nu\delta(\nu - \frac{Q^2}{2M})$$

# Rozpraszanie elastyczne – przekrój czynny

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 d\nu} = \frac{\pi\alpha^2 e_M^2}{4\omega^3\omega' \sin^4\frac{\theta}{2}} \left\{ \cos^2\frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{4M^2} 2\sin^2\frac{\theta}{2} \right\} \delta(\nu - \frac{Q^2}{2M})$$

Proton nie jest elementarny:



# Rozpraszanie głęboko nieelastyczne – przekrój czyny

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 d\nu} = \frac{\pi\alpha^2 e_M^2}{4\omega^3\omega' \sin^4\frac{\theta}{2}} \left\{ \cos^2\frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{4M^2} 2\sin^2\frac{\theta}{2} \right\} \delta(\nu - \frac{Q^2}{2M})$$

Dla protonu ($e_M = 1$):

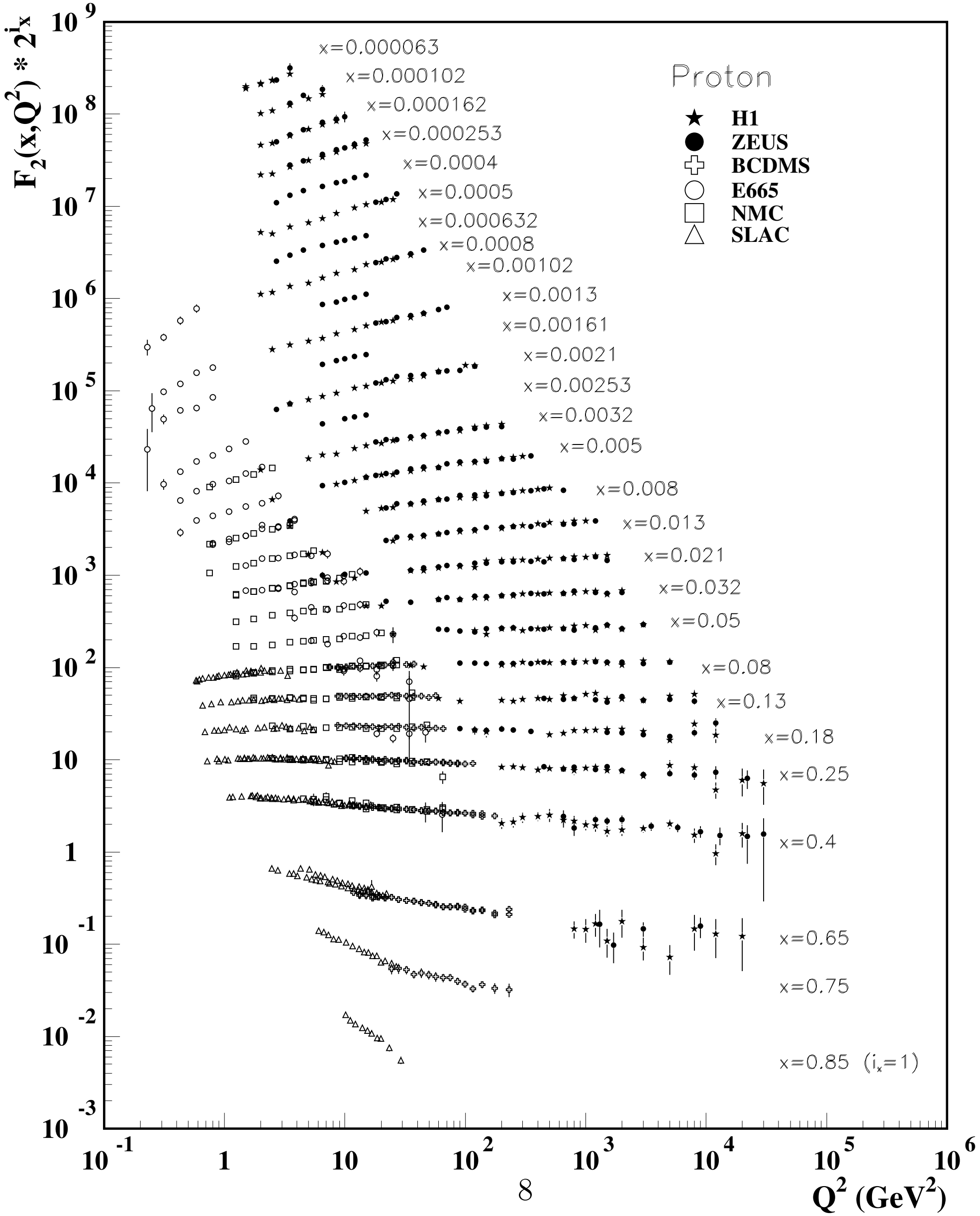
$$\frac{d\sigma}{dQ^2 d\nu} = \frac{\pi\alpha^2}{4\omega^3\omega' \sin^4\frac{\theta}{2}} \left\{ W_2(Q^2,\nu)\cos^2\frac{\theta}{2} + 2W_1(Q^2,\nu)\sin^2\frac{\theta}{2} \right\}$$

Okazuje się, że funkcje $W_{1,2}$ nie zależą od dwóch zmiennych $Q^2$ oraz $\nu$, a od jednej, zwanej $x$ – Bjorkena

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu}$$

$$MW_1(Q^2,\nu) = F_1(x)$$
$$\nu W_2(Q^2,\nu) = F_2(x)$$

Skalowanie Bjorkena.

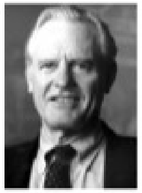


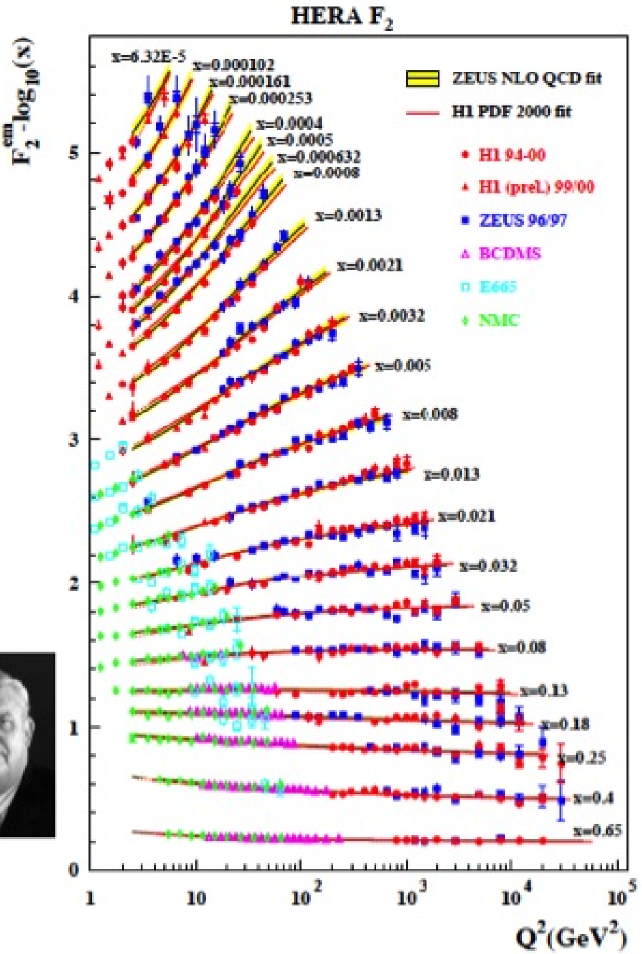
Proton
H1
ZEUS
BCDMS
E665
NMC
SLAC
x=0.000063
x=0.000102
x=0.000162
x=0.000253
x=0.0004
x=0.0005
x=0.000632
x=0.0008
x=0.00102
x=0.0013
x=0.00161
x=0.0021
x=0.00253
x=0.0032
x=0.005
x=0.008
x=0.013
x=0.021
x=0.032
x=0.05
x=0.08
x=0.13
x=0.18
x=0.25
x=0.4
x=0.65
x=0.75
x=0.85 ($i_x$=1)
$F_2(x,Q^2) * 2^{i_x}$
$Q^2$ ($GeV^2$)

1968: following James Bjorken suggestions MIT-SLAC experiment confirmed $x$ scaling

interpretation: Richard Feynman

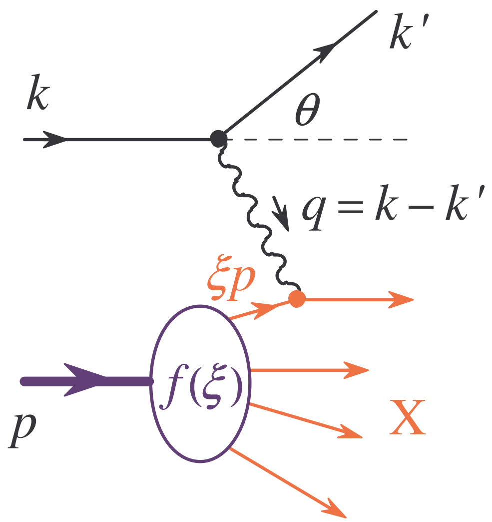
Nobel 1990:
Jerome Friedman (MIT)
Henry Kendall (MIT)
Richard Taylor (SLAC)





# Rozpraszanie głęboko nieelastyczne – model partonów

Model partonów:




- czas fluktuacji protonu: $\tau_{\mathrm{p}} \sim 1/\Delta E$, czas oddziaływania: $\tau_{\mathrm{coll}} \sim 1/\nu$, wybieramy układ gdzie $\tau_{\mathrm{coll}} \ll \tau_{\mathrm{p}}$
- $f(\xi)$ – prawd. znalezienia w protonie partonu o pędzie $p_\xi = \xi p$ (rysunek mylący)
- stąd: $0 < \xi < 1$
- przekrój czynny jest sumą po wszystkich partonach i całką po $d\xi\, f(\xi)$.

# Rozpraszanie głęboko nieelastyczne – model partonów

Problem z kinematyką: partony są bezmasowe (lub mają małe masy), a my wybraliśmy

$$p = M(1, 0, 0, 0)$$

tzn., że masa partonu $m_\xi = \xi M$. Wtedy zachowanie czteropędu w wierzchołku

$$(\xi p + q)^2 = m_\xi^2$$

daje

$$\xi^2 M^2 + 2\xi M\nu - Q^2 = \xi^2 M^2 \ \rightarrow\ \xi = \frac{Q^2}{2M\nu} = x$$

Aby dostać przekrój czyny na takim partonie, należy we wzorze na rozpraszanie elastyczne zamienić

$$M \rightarrow \xi M$$

# Rozpraszanie głęboko nieelastyczne – model partonów

Przekrój czynny

$$\left.\frac{d\sigma_i}{dQ^2 d\nu}\right|_{\text{partonowy}} = \frac{\pi\alpha^2 e_i^2}{4\omega^3\omega' \sin^4\frac{\theta}{2}} \left\{\cos^2\frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{4\xi_i^2 M^2} 2\sin^2\frac{\theta}{2}\right\} \delta\left(\nu - \frac{1}{\xi_i}\frac{Q^2}{2M}\right)$$

i dalej

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 d\nu} = \sum_i \int d\xi_i\, f_i(\xi_i) \left.\frac{d\sigma_i}{dQ^2 d\nu}\right|_{\text{partonowy}} = \frac{\pi\alpha^2}{4\omega^3\omega' \sin^4\frac{\theta}{2}} \left\{W_2 \cos^2\frac{\theta}{2} + 2W_1 \sin^2\frac{\theta}{2}\right\}$$

co daje

$$W_2 = \sum_i e_i^2 \int d\xi\, f_i(\xi)\delta\left(\nu - \nu\frac{x}{\xi}\right) = \sum_i e_i^2 \int d\xi\, f_i(\xi)\frac{\xi^2}{\nu x}\delta\left(\xi - x\right) = \frac{1}{\nu}\sum_i e_i^2 x\, f_i(x)$$

$$W_1 = \sum_i e_i^2 \int d\xi\, f_i(\xi)\frac{Q^2}{4\xi^2 M^2}\frac{\xi^2}{\nu x}\delta\left(\xi - x\right) = \frac{1}{2M}\sum_i e_i^2\, f_i(x).$$

# Rozpraszanie głęboko nieelastyczne – model partonów

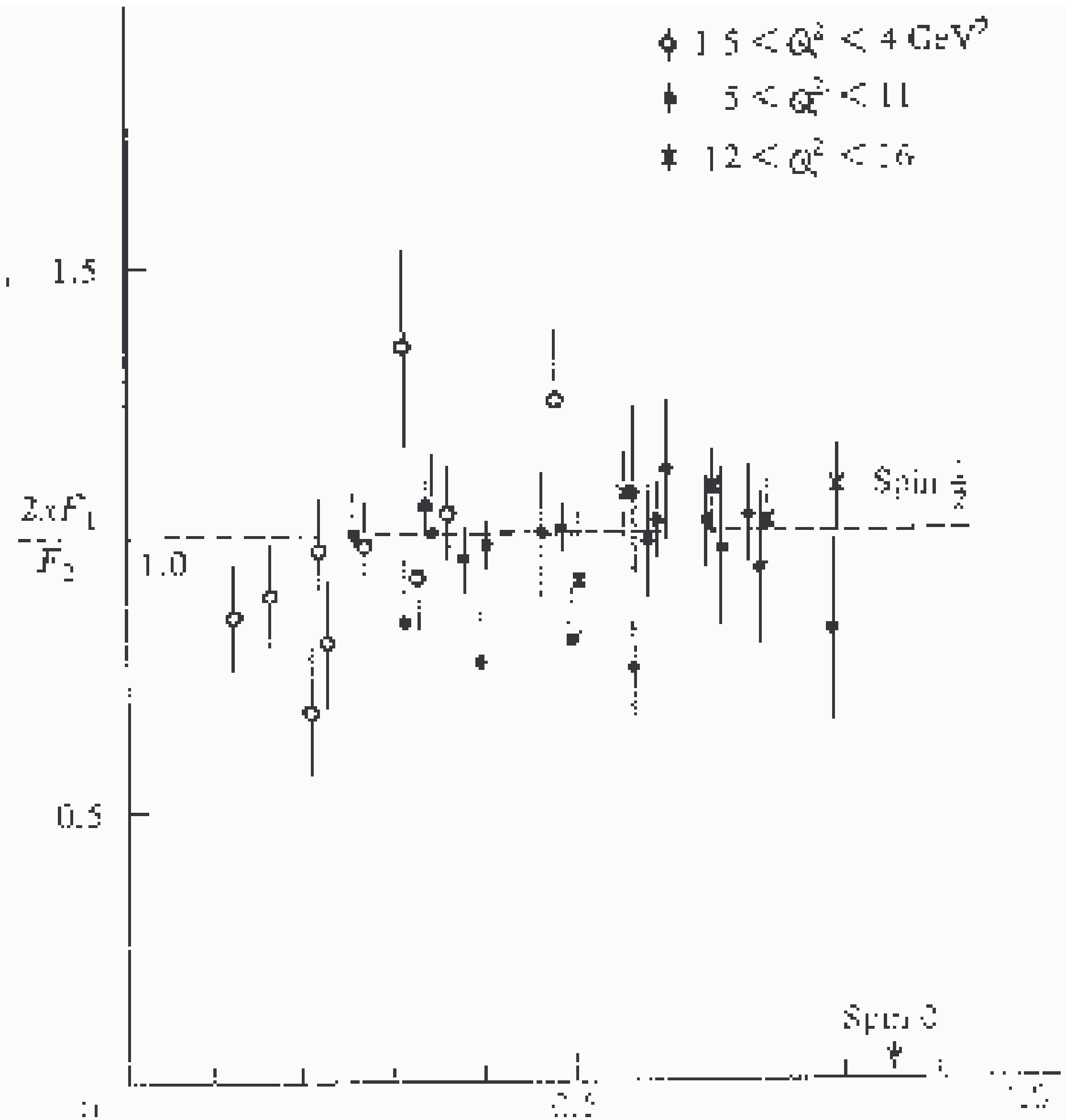
Definiujemy

$$F_2(x) = \nu W_2 = x \sum_i e_i^2 f_i(x)$$

$$F_1(x) = M W_1 = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 \, f_i(x)$$

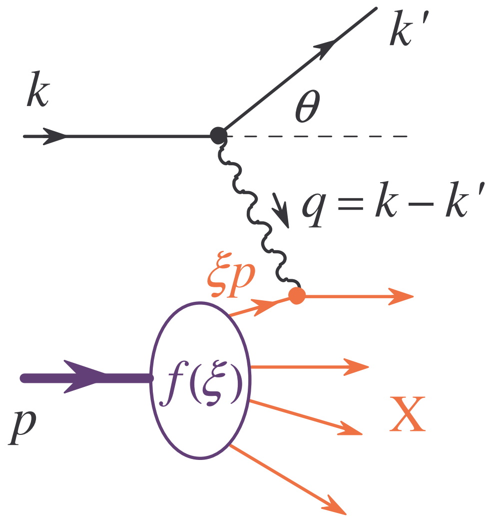
Mamy pierwsze przewidywanie (relacja Callana-Grossa)

$$F_2(x) = 2x F_1(x)$$



$1.5 < Q^2 < 4$ GeV$^2$
$5 < Q^2 < 11$
$12 < Q^2 < 16$
1.5
$\frac{2xF_1}{F_2}$
1.0
0.5
Spin $\frac{1}{2}$
Spin 0
0
0.5

# Rozpraszanie głęboko nieelastyczne – model partonów




$$\frac{d\sigma}{dQ^2 d\nu} = \frac{\pi\alpha^2}{4\omega^3\omega' \sin^4\frac{\theta}{2}} \left\{ W_2(Q^2,\nu)\cos^2\frac{\theta}{2} + 2W_1(Q^2,\nu)\sin^2\frac{\theta}{2} \right\}$$

$$\frac{1}{\nu}F_2(x) = W_2(x) = \frac{1}{\nu}\,x\sum_i e_i^2\, f_i(x), \qquad \frac{1}{M}F_1(x) = W_1(x) = \frac{1}{M}\frac{1}{2}\sum_i e_i^2\, f_i(x).$$

# Kwarki jako partony

$$F_2^{\mathrm{p}}(x)/x = \frac{4}{9}\left[u_{\mathrm{p}}(x) + \overline{u}_{\mathrm{p}}(x)\right] + \frac{1}{9}\left[d_{\mathrm{p}}(x) + \overline{d}_{\mathrm{p}}(x) + s_{\mathrm{p}}(x) + \overline{s}_{\mathrm{p}}(x)\right],$$

$$F_2^{\mathrm{n}}(x)/x = \frac{4}{9}\left[u_{\mathrm{n}}(x) + \overline{u}_{\mathrm{n}}(x)\right] + \frac{1}{9}\left[d_{\mathrm{n}}(x) + \overline{d}_{\mathrm{n}}(x) + s_{\mathrm{n}}(x) + \overline{s}_{\mathrm{n}}(x)\right].$$

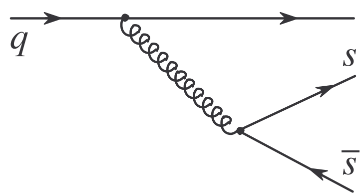
Dodatkowe założenia

$$u_{\mathrm{p}} = d_{\mathrm{n}} = u, \quad d_{\mathrm{p}} = u_{\mathrm{n}} = d, \quad s_{\mathrm{p}} = s_{\mathrm{n}} = s.$$

Neutron i proton nie mają dziwności:

$$\int dx (s(x) - \overline{s}(x)) = 0.$$

Kwarki dziwne produkują się w procesach radiacyjnych:



# Kwarki jako partony – reguły sum

Ładunki:

$$q_{\mathrm{p}} = \int dx \left[ \frac{2}{3}(u(x) - \overline{u}(x)) - \frac{1}{3}(d(x) - \overline{d}(x)) - \frac{1}{3}(s(x) - \overline{s}(x)) \right] = 1$$

$$0 \ \updownarrow$$

$$q_{\mathrm{n}} = \int dx \left[ \frac{2}{3}(d(x) - \overline{d}(x)) - \frac{1}{3}(u(x) - \overline{u}(x)) - \frac{1}{3}(s(x) - \overline{s}(x)) \right] = 0$$

Rozwiązania:

$$\int dx (u(x) - \overline{u}(x)) = 2, \quad \int dx (d(x) - \overline{d}(x)) = 1, \quad \int dx (s(x) - \overline{s}(x)) = 0.$$

Kwarki walencyjne i kwarki morza:

$$u = u_v + q_s, \quad d = d_v + q_s, \quad \overline{u} = \overline{d} = \overline{s} = s = q_s$$

co daje

$$\int dx\, u_v(x) = 2, \qquad \int dx\, d_v(x) = 1$$

Rozkłady kwarków są znormalizowane do ich liczby.

# Pęd protonu

$$\int dx\, x(u(x) + \overline{u}(x) + d(x) + \overline{d}(x) + s(x) + \overline{s}(x)) = 1 - \varepsilon.$$

Okazuje się, że $\varepsilon \sim 45\%$. Co niesie resztę pędu? Gluony.

# Reguła Gottfrieda

$$2F_1^{\mathrm{p}}(x) = \frac{4}{9}\left[u(x) + \overline{u}(x)\right] + \frac{1}{9}\left[d(x) + \overline{d}(x) + s(x) + \overline{s}(x)\right],$$

$$2F_1^{\mathrm{n}}(x) = \frac{4}{9}\left[d(x) + \overline{d}(x)\right] + \frac{1}{9}\left[u(x) + \overline{u}(x) + s(x) + \overline{s}(x)\right].$$

Policzmy różnicę

$$S_G = \int dx\ \left(F_1^{\mathrm{p}}(x) - F_1^{\mathrm{n}}(x)\right) = \frac{1}{2}\int dx\ \left(\frac{1}{3}\left[u(x) + \overline{u}(x)\right] - \frac{1}{3}\left[d(x) + \overline{d}(x)\right]\right)$$

$$= \frac{1}{6}\int dx\ \left[u_v(x) - d_v(x)\right] + \frac{2}{6}\int dx\ \left[q_s(x) - q_s(x)\right] = \frac{1}{6} \simeq 0.17.$$

Eksperyment: 0.13.

Uniwersalność rozkładów partonowych.

# Problemy

- Brak skalowania
- Swobodne partony w protonie?
- Dlaczego proton nie rozpada się na partony?
- Oddziaływania silne - co to jest?