

1 Rozpraszanie

1.1 Obraz oddziaływania

W obrazie Schrödingera stany ewoluują, operatory nie.

$$H = H_0 + H_1$$
$$i\partial_t |\alpha(t)\rangle^S = H |\alpha(t)\rangle^S$$

Definiujemy operatory w obrazie oddziaływania (interakcji, Tomonagi):

$$O^I(t) = e^{iH_0^S t} O^S e^{-iH_0^S t}, \quad H_0^I = H_0^S = H_0$$
$$|\alpha(t)\rangle^I = e^{iH_0^S t} |\alpha(t)\rangle^S.$$

Równanie Schrödingera:

$$i\partial_t |\alpha(t)\rangle^I = -H_0^S e^{iH_0^S t} |\alpha(t)\rangle^S + e^{iH_0^S t} i\partial_t |\alpha(t)\rangle^S$$
$$= -H_0^S |\alpha(t)\rangle^I + e^{iH_0^S t} \underbrace{H e^{-iH_0^S t} e^{iH_0^S t}}_{=1} |\alpha(t)\rangle^S$$
$$= (-H_0^I + H^I) |\alpha(t)\rangle^I = H_1^I |\alpha(t)\rangle^I.$$

Równanie na operatory:

$$i\partial_t O^I(t) = i\partial_t \left(e^{iH_0^S t} O^S e^{-iH_0^S t} \right) = -H_0^S O^I(t) + O^I(t) H_0^S$$
$$= [O^I(t), H_0^I]$$

1.2 Operator ewolucji

$$|\alpha(t)\rangle^I = U^I(t, t_0) |\alpha(t_0)\rangle^I$$
$$i\partial_t U^I(t, t_0) = H_1^I(t) U^I(t, t_0).$$

Warunek początkowy

$$U^I(t_0, t_0) = 1.$$

Ponieważ

$$[H_1^I(t), H_1^I(t')] \neq 0$$

rozwiązanie nie jest zwykłą eksponentą. Równanie różniczkowe przepisujemy w postaci całkowej

$$U^I(t, t_0) = \mathbf{1} + (-i) \int_{t_0}^t H_1^I(t') U^I(t', t_0) dt'.$$

Rzeczywiście

$$i\partial_t U^I(t, t_0) = (-i)i\partial_t \int_{t_0}^t H_1^I(t') U^I(t', t_0) dt' = H_1^I(t) U^I(t, t_0).$$

Równanie całkowe można rozwiązać iteracyjnie (rachunek zaburzeń):

$$U^I(t, t_0) = \mathbf{1} + (-i) \int_{t_0}^t dt' H_1^I(t') + (-i)^2 \int_{t_0}^t dt' \int_{t_0}^{t'} dt'' H_1^I(t') H_1^I(t'') + \dots$$

Wprowadźmy uporządkowanie czasowe

$$T(H_1^I(t_1) H_1^I(t_2) \dots H_1^I(t_n)) = H_1^I(t_{i_1}) H_1^I(t_{i_2}) \dots H_1^I(t_{i_n})$$

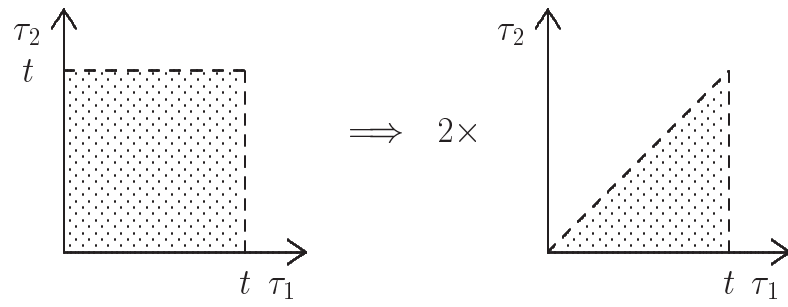
gdzie: $t_{i_1} \geq t_{i_2} \geq \dots \geq t_{i_n}$

Wówczas

$$\int_{t_0}^t dt' \int_{t_0}^{t'} dt'' H_1^I(t') H_1^I(t'') = \frac{1}{2!} \int_{t_0}^t dt' \int_{t_0}^t dt'' T(H_1^I(t') H_1^I(t'')).$$

Sprawdźmy:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2!} \int_{t_0}^t dt' \int_{t_0}^{t'} dt'' T(H_1^I(t') H_1^I(t'')) \\ &= \frac{1}{2} \left(\int_{t_0}^t dt' \int_{t_0}^{t'} dt'' H_1^I(t') H_1^I(t'') + \int_{t_0}^t dt' \int_{t'}^t dt'' H_1^I(t'') H_1^I(t') \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\int_{t_0}^t dt' \int_{t_0}^{t'} dt'' H_1^I(t') H_1^I(t'') + \int_{t_0}^t dt'' \int_{t_0}^{t''} dt' H_1^I(t') H_1^I(t'') \right) \\ &= \int_{t_0}^t dt' \int_{t_0}^{t'} dt'' H_1^I(t') H_1^I(t'') \end{aligned}$$



To się uogólnia na wyższe potęgi. Ostatecznie mamy

$$U^I(t, t_0) = T e^{-i \int_{t_0}^t dt' H_1^I(t')} = T e^{-i \int_{t_0}^t d^4 x' \mathcal{H}_1^I(x')}$$

gdzie $\mathcal{H}_1^I(x')$ jest gęstością hamiltonianu oddziaływania w obrazie interakcji.

Od tej pory opuszczamy wskaźnik "I".

1.3 Macierz S

Macierz rozpraszania (scattering matrix). W dalekiej przeszłości przygotowujemy swobodny stan $|i\rangle$ (od "initial"), który w czasie ewolucji do chwili t zamienił się w stan ψ :

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} |\psi(t)\rangle = |i\rangle.$$

Pytamy jaka jest amplituda prawdopodobieństwa, że w dalekiej przyszłości otrzymamy stan $|f\rangle$ (od "final"):

$$S_{fi} = \lim_{t \rightarrow \infty} \langle f | \psi(t) \rangle = \lim_{t_2 \rightarrow \infty} \lim_{t_1 \rightarrow -\infty} \langle f | U(t_2, t_1) | i \rangle \stackrel{\text{df}}{=} \langle f | S | i \rangle$$

lub

$$S = U(\infty, -\infty).$$

Ponieważ ewolucja zachowuje normę stanu

$$\begin{aligned} |\alpha(t)\rangle &= U(t, t_0) |\alpha(t_0)\rangle \\ \langle \alpha(t) | \alpha(t) \rangle &= \langle \alpha(t_0) | \underbrace{U^\dagger(t, t_0) U(t, t_0)}_{=1} | \alpha(t_0) \rangle = \langle \alpha(t_0) | \alpha(t_0) \rangle \end{aligned}$$

operator U jest unitarny, więc S jest też unitarny. Formalnie

$$S = T e^{-i \int d^4 x' \mathcal{H}_1^I(x')}.$$

1.4 Przekrój czynny

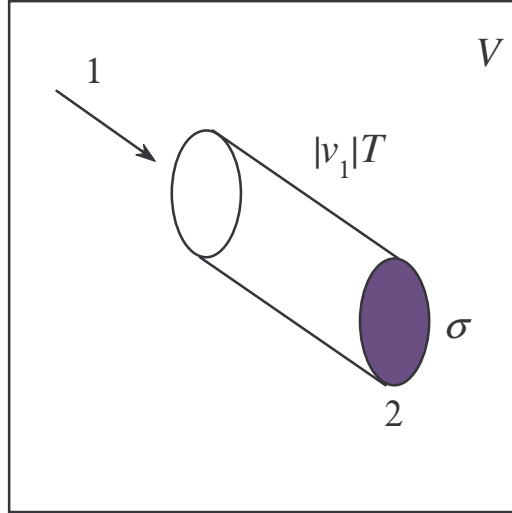
Rozważmy proces

$$p_1 + p_2 \rightarrow p'_1 + p'_2 + \dots + p'_n$$

Definiujemy $S = 1 + iR$

$$R_{fi} = i(2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - \sum_{i=1}^n p'_i) N(p_1) N(p_2) \times \mathcal{M}_{fi}$$

$$N(p) = \sqrt{\frac{1}{2V E_p}}$$



Cząstka 1 nadlatuje na spoczywającą cząstkę 2. Z cząstką 2 związany jest *efektywny* przekrój czynny σ na produkcję n czastek. Jeśli cząstka 1 „trafi” w dysk o powierzchni σ to prawdopodobieństwo

$$\begin{aligned}
 P_{1+2 \rightarrow n} &= \frac{|\vec{v}_1| T \sigma_{1+2 \rightarrow n}}{V} = \sum_{\substack{\text{polaryzacje} \\ \text{helicity}}} \sum_{p'_1 \dots p'_n} |\langle p'_1, \dots, p'_n | R | p_1, p_2 \rangle|^2 \\
 &= \frac{1}{V^2} \sum_{\substack{\text{polaryzacje} \\ \text{helicity}}} \frac{1}{2E_1} \frac{1}{2E_2} \int \prod_{i=1}^n \left(\frac{1}{2E'_i} \frac{d^3 p'_i}{(2\pi)^3} \right) |\mathcal{M}_{fi}|^2 \times \\
 &\times \left[(2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - \sum_{i=1}^n p'_i) \right]^2 \tag{1}
 \end{aligned}$$

Przy wyprowadzeniu tego wzoru zamieniliśmy sumę po pędach cząstek końcowych na całkę

$$\begin{aligned}
 \sum_{p'_1 \dots p'_n} &= \int \prod_{i=1}^n \left(\frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} (2\pi) \delta(p_i^2 - m_i^2) \right) \\
 &= \int \prod_{i=1}^n \left(\frac{1}{2E'_i} \frac{d^3 p'_i}{(2\pi)^3} \right)
 \end{aligned}$$

gdzie $E'_i = +\sqrt{\vec{p}_i^2 + m_i^2}$.

Co zrobić z δ^2 ? Użyjemy wzoru

$$\delta^4(p) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 x e^{ipx}$$

$$\delta^4(p)\delta^4(p) = \delta^4(p)\delta^4(0) = \delta^4(p)\frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4x = \delta^4(p)\frac{VT}{(2\pi)^4}$$

zatem

$$\begin{aligned} \sigma_{1+2 \rightarrow n} &= \frac{V}{|\vec{v}_1| T} P_{1+2 \rightarrow n} \\ &= \frac{V}{|\vec{v}_1| T} \frac{1}{V^2} \sum_{\substack{\text{polaryzacje} \\ \text{helicity}}} \frac{1}{2E_1} \frac{1}{2E_2} \int \prod_{i=1}^n \left(\frac{d^3 p'_i}{(2\pi)^3 2E'_i} \right) |\mathcal{M}_{fi}|^2 \times \\ &\quad \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - \sum_{i=1}^n p'_i) \times VT \end{aligned}$$

Czynniki V i T upraszczają się i otrzymujemy

$$\begin{aligned} \sigma_{1+2 \rightarrow n} &= \frac{1}{4E_1 E_2 |\vec{v}_1|} \sum_{\substack{\text{polaryzacje} \\ \text{helicity}}} \int \prod_{i=1}^n \left(\frac{d^3 p'_i}{(2\pi)^3 2E'_i} \right) |\mathcal{M}_{fi}|^2 \times \\ &\quad \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - \sum_{i=1}^n p'_i). \end{aligned}$$

Oczywiście ten trick jest bardzo wątpliwy matematycznie, ale ilustruje problem regularyzacji nieskończoności jaki pojawia się we wzorze (1) poprzez zamknięcie układu w pudle.

Czynnik F nazywamy lorentzowsko niezmienniczym strumieniem. Ponieważ założyliśmy, że cząstka 2 spoczywa, mamy we wzorze tylko $|\vec{v}_1|$.

$$F = 4E_1 E_2 |\vec{v}_1| \rightarrow 4E_1 E_2 (|\vec{v}_1| + |\vec{v}_2|) \quad (2)$$

Załóżmy, że cząstki lecą na przeciwko siebie wzdłuż osi z , mamy tylko jedną składową pędu $p_{1,2}$ i czteropędy wyrażają się wzorem

$$\begin{aligned} p_1 &= (E_1, 0, 0, p_1), \\ p_2 &= (E_2, 0, 0, -p_2). \end{aligned}$$

Zatem (pamiętajmy, że $c = 1$) :

$$\begin{aligned} F &= 4E_1 E_2 (|\vec{v}_1| + |\vec{v}_2|) = 4E_1 E_2 \left(\frac{p_1}{E_1} + \frac{p_2}{E_2} \right) \\ &= 4(E_2 p_1 + E_1 p_2) \end{aligned}$$

Zatem

$$F^2 = 16 [(E_2 p_1)^2 + (E_1 p_2)^2 + 2E_1 E_2 p_1 p_2]$$

Dla iloczynu czteropędów, mamy

$$(p_1 \cdot p_2)^2 = (E_1 E_2 + p_1 p_2)^2 = E_1^2 E_2^2 + p_1^2 p_2^2 + 2E_1 E_2 p_1 p_2.$$

Dalej

$$\begin{aligned} F^2 &= 16 [(p_1 \cdot p_2)^2 + (E_2 p_1)^2 + (E_1 p_2)^2 - E_1^2 E_2^2 - p_1^2 p_2^2] \\ &= 16 [(p_1 \cdot p_2)^2 + E_2^2 (p_1^2 - E_1^2) + p_2^2 (E_1^2 - p_1^2)] \\ &= 16 [(p_1 \cdot p_2)^2 - (E_2^2 - p_2^2) (E_1^2 - p_1^2)]. \end{aligned}$$

Stąd

$$F = 4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}$$

1.5 Prawdopodobieństwo rozpadu (decay rate)

Mamy $1 \rightarrow n$,

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{1 \rightarrow n} &= \frac{\text{prawdopodobieństwo}}{\text{czas}} = \frac{P_{1 \rightarrow n}}{T} \\
 &= \frac{1}{T} \sum_{\substack{\text{polaryzacje} \\ \text{helicity}}} \sum_{p'_1 \dots p'_n} |\langle p'_1, \dots, p'_n | R | p \rangle|^2 \\
 &= \frac{1}{T} \frac{1}{2V E_p} \sum_{\substack{\text{polaryzacje} \\ \text{helicity}}} \int \prod_{i=1}^n \left(\frac{d^3 p'_i}{(2\pi)^3 2E'_i} \right) |\mathcal{M}_{fi}|^2 \times \\
 &\quad \times (2\pi)^4 \delta^4(p - \sum_{i=1}^n p'_i) \times VT
 \end{aligned}$$

Czynniki VT upraszczają się:

$$\Gamma_{1 \rightarrow n} = \sum_{\substack{\text{polaryzacje} \\ \text{helicity}}} \int \frac{|\mathcal{M}_{fi}|^2}{2E_p} \prod_{i=1}^n \left(\frac{d^3 p'_i}{(2\pi)^3 2E'_i} \right) (2\pi)^4 \delta^4(p - \sum_{i=1}^n p'_i)$$

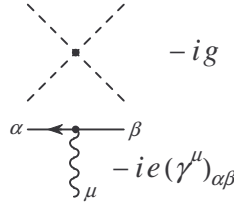
1.6 Elementy macierzowe i reguły Feynmana

Aby obliczyć \mathcal{M}_{fi} trzeba się posłużyć aparatem matematycznym teorii pola, którego przedstawienie wykracza poza zakres tego wykładu. Richard Feynman podał bardzo prostą metodę konstruowania macierzy rozpraszania w rachunku zaburzeń, która sprowadza się do rysowania diagramów. Każdemu typowi cząstki odpowiada linia, z którą stoważyszone są pewne funkcje pędów, a także – w większości przypadków – macierze związane np. ze strukturą spinową, kolorem (lokalna grupa $SU(3)$) itd. Linie dzielimy na *zewnetrzne*, odpowiadające cząstkom wchodzącym (stan $|i\rangle$) i wychodzącym (stan $|f\rangle$), oraz *wewnętrzne (propagatory)*, które powstają w wyniku tworzenia diagramu Feynmana. Liniom wewnętrznym odpowiadają czynniki pokazane na rysunku 1, natomiast liniom zewnętrznym pewne czynniki normalizacyjne, których tu nie wymieniamy. Przykłady reguł Feynmana dla cząstki skalarnej (linia przerywana), fermionu (linia ciągła) i fotonu (lub innego bozonu pośredniczącego – linia falista) pokazane są na rysunkach 1 i 2.

$$\begin{aligned}
i\Delta_F(p) &= \frac{i}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} && \text{---} \bullet \text{---} \bullet \\
iS_F(p) &= \frac{i(\not{p} + m)_{\alpha\beta}}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} && \bullet \text{---} \leftarrow \bullet \\
&= \frac{i}{\not{p} - m + i\varepsilon} \\
iD_F(p)_{\mu\nu} &= \frac{-ig_{\mu\nu}}{p^2 + i\varepsilon} && \bullet \text{---} \text{~~~~} \text{---} \bullet \\
&\text{(cechowanie!)}
\end{aligned}$$

Rysunek 1: Propagatory.

Oprócz linii występują tzw. wierzchołki (ang. *vertex*) wskazujące jak cząstki, reprezentowane przez linie, mogą ze sobą oddziaływać. Wierzchołki odpowiadają hamiltonianowi oddziaływania H_1^I . Wierzchołki wskazują po pierwsze, jakie oddziaływania są w ogóle możliwe, a po drugie stowarzyszone są z nimi funkcje pędów i macierze.



Rysunek 2: Wierzchołki.

Widzimy, że najprostszą strukturę ma propagator cząstki skalarnej: jest to po prostu funkcja $1/(p^2 - m^2 + i\varepsilon)$, gdzie masa m jest masą tej cząstki. Mała część urojona wskazuje, jak należy obchodzić osobliwości dla $p^2 = m^2$ w ewentualnych całkach po p . Na rysunku 2 pokazano wierzchołek w tzw. teorii φ^4 , który jest po prostu stałą g , którą określa się jako *stałą sprzężenia*. W teorii pola rozważa się inne możliwe sprzężenia, np. trycząstkowe.

Diagramy Feynmana konstruujemy w następujący sposób: rysujemy linie odpowiadające cząstkom wchodzącym i wychodzącym, a następnie łączymy je przy pomocy minimalnej liczby wierzchołków i linii wewnętrznych.

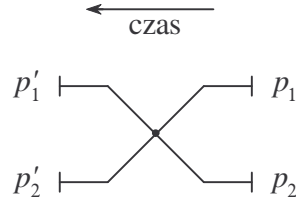
Zanim rozważymy rozpraszanie $2 \rightarrow 2$ warto wprowadzić powszechnie używane zmienne Mandelstamma. W przypadku rozpraszania elastycznego dwóch cząstek o czteropędach $p_{1,2}$ i masach $m_{1,2}$ przechodzących w $p'_{1,2}$ definiujemy:

$$\begin{aligned}
s &= (p_1 + p_2)^2 = (p'_1 + p'_2)^2, \\
t &= (p'_1 - p_1)^2 = (p'_2 - p_2)^2, \\
u &= (p'_1 - p_2)^2 = (p'_2 - p_1)^2.
\end{aligned} \tag{3}$$

Nie są to zmienne niezależne gdyż

$$s + t + u = 2(m_1^2 + m_2^2) \tag{4}$$

W teorii ϕ^4 w najniższym rzędzie rachunku zaburzeń dla procesu $2 \rightarrow 2$ $\mathcal{M}_{fi} \sim g$, a jedyny możliwy proces rozpraszania to $2 \rightarrow 2$. Nie zachodzi proces $2 \rightarrow 3$, a najprostszy rozpad to $1 \rightarrow 3$.



Rysunek 3: Rozpraszanie $2 \rightarrow 2$ w teorii skalarniej ϕ^4 .

W teorii z fermionami (np. elektrodynamika) sytuacja jest bardziej skomplikowana. Propagatory są macierzami 4×4 , którym odpowiadają indeksy α i β . Wynika to stąd, że w relatywistycznej mechanice kwantowej (teorii pola) funkcja falowa fermionu nie jest skalarem, ale obiektem 4 wymiarowym (tzw. bispinorem Diraca). Dwie górne składowe odpowiadają cząstkom o dwóch różnych rzutach spinu na oś kwantyzacji, natomiast dwie dolne składowe antycząstkom. W tej przestrzeni działają czterowymiarowe macierze Diraka $\gamma_{\alpha\beta}^{\mu}$, gdzie indeks $\mu = 0, 1, 2$ i 3 jest indeksem Lorentza. Bardzo często występujący w teorii relatywistycznej iloczyn macierzy Diraka i jakiegoś czterowektora (np. pędu) oznaczamy przekreśleniem

$$\gamma^{\mu} p_{\mu} = \not{p}.$$

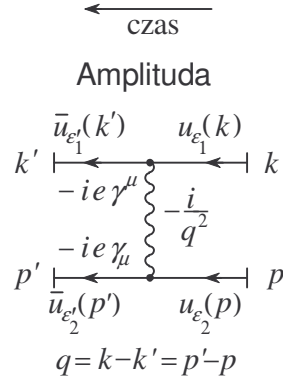
Z kolei propagator fotonu proporcjonalny jest do tensora metrycznego $g_{\mu\nu}$ (w tzw. cechowaniu Fenymana), co wiąże się z tym, że funkcja falowa fotonu jest w teorii pola związana z czteropotencjałem A^{μ} . Sprzężenie foton-fermion proporcjonalne jest do macierzy $\gamma_{\alpha\beta}^{\mu}$ oraz stałej sprzężenia, którą w tym wypadku jest ładunek elektryczny e . Pierwszy nieznikający przyczynik do amplitudy rozpraszania dwóch fermionów pokazany jest na rysunku 4. Funkcje u_{ε} są wspomnianymi wyżej czynnikami normalizacyjnymi (w rzeczywistości są to bispinory Diraka dla cząstki swobodnej o określonym pędzie i rzucie spinu na oś kwantyzacji).

Widzimy, że po podniesieniu do kwadratu amplitudy z rysunku 4 przekrój czynny będzie proporcjonalny do $(1/q^2)^2$. Rozpatrzmy przypadek w którym cząstką o pędzie p jest proton, który spoczywa, a cząstką padającą jest elektron. Jeżeli zaniedbamy niewielki odrzut protonu, to wówczas energia elektronu jest zachowana:

$$\begin{aligned} k &= (E, 0, 0, k), \\ k' &= (E, 0, k \sin \theta, k \cos \theta). \end{aligned}$$

Wówczas

$$\begin{aligned} q^2 &= (k - k')^2 = -k^2(\sin^2 \theta + (\cos \theta - 1)^2) \\ &= -k^2(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \cos \theta + 1) \\ &= -2k^2(1 - \cos \theta) = -4k^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}. \end{aligned} \tag{5}$$



Rysunek 4: Rozpraszanie $2 \rightarrow 2$ w elektrodynamice.

Wzór na przekrój czynny na rozpraszanie elektron-proton ma w tym przybliżeniu postać (wzór Motta):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha \hbar}{2k^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} \right)^2 \left[m^2 + k^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (6)$$

gdzie człon w nawiasie kwadratowym pochodzi z mianownika kwadratu amplitudy, do obliczenia którego należy zastosować techniki wychodzące poza zakres tego wykładu. Widzimy, że w granicy nierelatywistycznej $k^2 \ll m^2$ odtwarzamy znany z mechaniki klasycznej wzór Rutheforda (który zresztą jest identyczny, ze wzorem otrzymanym w przybliżeniu Borna w ramach nierelatywistycznej mechaniki kwantowej).

Na koniec rozważmy proces zwany formacją rezonansu. Typowym przykładem jest tu anihilacja e^+e^- na jeden foton, lub na mezony wektorowe, które następnie mogą rozpaść się na cokolwiek, my tu rozważymy rozpad na kwark i antykwark. Ponieważ nie interesują nas produkty rozpadu (byleby w stanie końcowym były hadrony) nie rozpatrujemy szczegółowo co dalej dzieje się z parą kwar-antykwark: zakładamy, że z prawdopodobieństwem 1 zamieniają się one w cząstki fizyczne. Podane wyżej reguły Feynmana dotyczą cząstek stabilnych. Jednakże cząstki produkowane w zderzeniu e^+e^- to niestabilne rezonanse. Fakt, że cząstka może się rozpadać, a więc że jej funkcja falowa „znika”, uwzględnia się przez dodanie od masy cząstki części urojonej

$$m \rightarrow m - i\frac{\Gamma}{2}. \quad (7)$$

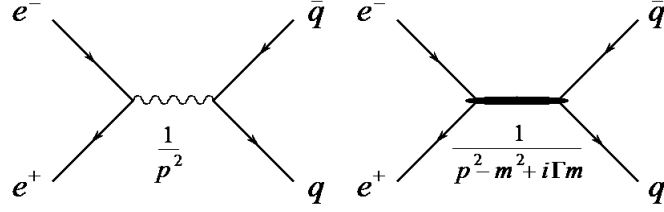
To powoduje, że dla cząstki nierelatywistycznej, której energia $E \simeq m$ część czasowa funkcji falowej

$$e^{-iEt} \rightarrow e^{-imt} e^{-\Gamma t/2}. \quad (8)$$

Po takiej zamianie, propagator cząstki masowej dostaje „naturalną” część urojoną, tak jak to pokazano na rysunku 5.

Po podniesieniu amplitudy do kwadratu, przyjmując kinematykę układu centrum masy

$$\begin{aligned} p_1 &= (E_1, \vec{p}), \\ p_2 &= (E_1, -\vec{p}) \end{aligned}$$



Rysunek 5: Formacja rezonansu w kanale s .

poza licznikiem pojawia się mianownik postaci (Breit-Wigner)

$$\sigma \sim \frac{1}{(E^2 - m^2)^2 + \Gamma^2 m^2} \quad (9)$$

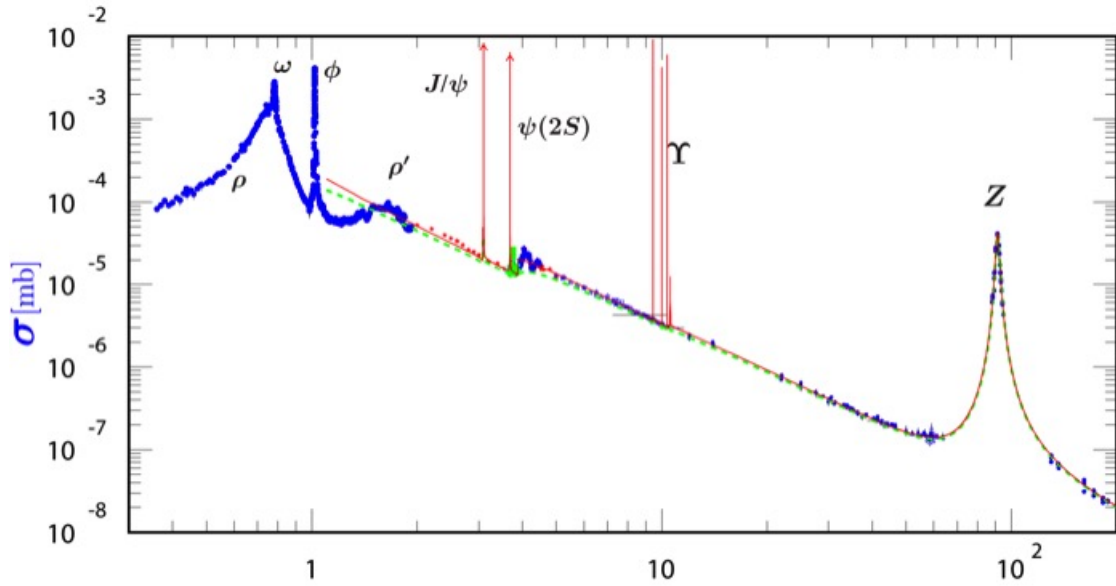
gdzie $E = E_1 + E_2$. Zauważmy, że w tym układzie $E = \sqrt{s}$.

Na rysunku 6 pokazano przekrój czynny (9) w funkcji $E = \sqrt{s}$. Widzimy szereg rezonansów wektorowych począwszy od ρ^0 poprzez rezonanse złożone z ciężkich kwarków $Q\bar{Q}$ aż po bozon Z , które pojawiają się jako wzmocnienia (z ang. *peaks*) funkcji $\sigma(E)$ wokół $E = m_R$, gdzie m_R to masa rezonansu. Szerokość tych wzmocnień jest proporcjonalna do $\Gamma_R \sim 1/t_R$.

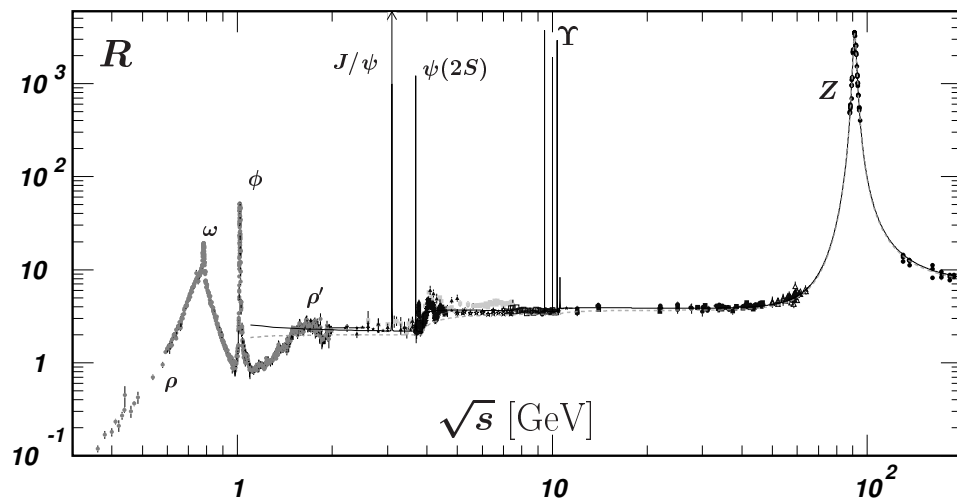
Zamiast przekroju czynnego, który silnie maleje z energią, wygodnie jest wykreślić stosunek

$$R = \frac{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \text{hadrony}}}{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}}, \quad (10)$$

w którym nieinteresujące nas czynniki normalizacyjne się kasują i który niesie dynamiczną informację dotyczącą produkcji rezonansów. Poza obszarem wzmocnień reezonansowych R jest prawie niezależny od energii.



Rysunek 6: Formacja rezonansów w kanale s – przekroj czynny.



Rysunek 7: Formacja rezonansów w kanale s stosunek R .