

Wybrane problemy kwantowo mechaniczne
zestaw 12
na dzień 14.1.2020. wtorek 8:30
sala A-0-13

Atom wodoru metodą teoriogrupową - cd

1. Proszę dokończyć obliczenia prowadzące do wzoru:

$$[M_i, M_j] = -i \frac{2}{m} H \varepsilon_{ijk} L_k$$

na osobnych kartkach.

Atom wodoru w skrzyżowanych polach magnetycznym i elektrycznym

Pauli w swojej słynnej pracy *On the hydrogen spectrum from standpoint of new quantum mechanics*, Z. Phys. **36**, 336-363 (1926) w oparciu dyskutowaną na poprzednich zajęciach dynamiczną symetrię atomu wodoru wyprowadził wzór na energie niezaburzonych poziomów energetycznych, a także ścisły wzór na rozszczepienie poziomów energetycznych w skrzyżowanych, wzajemnie prostopadłych, stałych i jednorodnych polach elektrycznym \vec{E}_0 i magnetycznym \vec{B}_0 . Wykazał, że n -ty poziom rozszczepia się na $2n - 1$ podpoziomów numerowanych liczbą całkowitą k :

$$\delta E_n^k = \hbar k \sqrt{\omega_0^2 + \omega_e^2}, \quad -(n-1) \leq k \leq (n-1), \quad (1)$$

gdzie

$$\omega_e = \frac{3}{2} \Omega_e f(n), \quad \Omega_e = \frac{\hbar}{me} \quad (2)$$

gdzie m jest masą elektronu, $-e$ jego ładunkiem oraz $f(n)$ pewną funkcją numeru poziomu n . Wynik Pauliego został zweryfikowany doświadczalnie dopiero latach 1980-tych.

Naszym zadaniem będzie sprawdzić (1) dla specjalnego przypadku $n = 2$, a następnie porównując (1) z danymi doświadczalnymi dla $n = 34$ odgadnąć prostą funkcję $f(n)$.

2. Proszę przypomnieć sobie, jak wygląda spektrum atomu wodoru (bez spinu elektronu) zwracając szczególną uwagę na degeneracje.
3. Wybierając oś pola magnetycznego jako z proszę obliczyć rozszczepienie Zeemana i tym samym znaleźć formułę na ω_0 .
4. Oś pola elektrycznego wybieramy jako x . Proszę obliczyć w pierwszym rzędzie zdegenerowanego rachunku zaburzeń macierz hamiltonianu zaburzającego w bazie stanów o $n = 2$. Wygodnie jest skorzystać z twierdzenia Eckarta-Wignera.

5. Łącząc oba zaburzenia proszę zaleźć poprawki do energii, gdy włączone są oba pola. Pozwoli to wyznaczyć $f(2)$.
6. Wynik doświadczalny (J.-C. Gay, w *Atoms in unusual situations*, edytor J.-P. Briand, str. 107, Plenum, New York, 1986) pokazany jest na rysunku dla $n = 34$ atomu wodoropodobnego. Pokazane są wartości pól elektrycznego i magnetycznego, które składają się na **tę samą energię** jednego z podpoziomów (1).
- Czy dane doświadczalne zgadzają się ze wzorem (1)?
 - Zpisując wyrażenie $\omega_0^2 + \omega_e^2$ w postaci $\lambda(\gamma B_0^2 + f^2(n)E_0^2)$ odczytać z danych wartość stałej λ oraz podać wartość $f(34)$.
 - Proszę zgadnąć kształt funkcji $f(n)$.

