

Wybrane problemy kwantowo mechaniczne

zestaw 9

na dzień 10.12.2019. wtorek 8:30

sala A-0-13

Efekty jądrowe w atomie

Zajmiemy się oddziaływaniem spinu zewnętrznego elektronu ze spinem jądra w atomach o jądrach, które mają „duży spin”, np rubid $s_n = 3/2$ czy cez $s_n = 7/2$. Zaniedbamy oddziaływanie tego elektronu z wewnętrzną chmurą elektronową.

1. Jeżeli zaniebamy oddziaływanie spinów to spinowe stany własne układu jądro elektron są dane jako stany iloczynowe

$$|m_e, m_n\rangle = |\text{elektron: } s_e = 1/2, m_e\rangle \otimes |\text{jądro: } s_n, m_n\rangle. \quad (1)$$

Podać degenerację. Degeneracja ta zostanie zniesiona po uwzględnieniu oddziaływania momentów magnetycznych, które są proporcjonalne do spinów. Odpowiedni hamiltonian ma postać

$$H = \frac{A}{\hbar^2} \vec{S}_e \cdot \vec{S}_n. \quad (2)$$

Będziemy chcieli znaleźć stany własne takiego hamiltonianu. Znana metoda polega na wyrażeniu iloczynu $\vec{S}_e \cdot \vec{S}_n$ przez kwadraty operatorów S_e i S_n oraz całkowitego spinu. Inna metoda polega na zapisaniu hamiltonianu (2) poprzez operatory podnoszenia i opuszczania

$$S_{\pm} = S_x \pm iS_y \quad (3)$$

zarówno dla elektronu jak i jądra. Proszę przepisać (2) przy użyciu (3) i S_z .

Proszę pokazać, że dwa stany

$$|m_e = 1/2, m_n = s_n\rangle, |m_e = -1/2, m_n = -s_n\rangle \quad (4)$$

są stanami własnymi (2) i podać odpowiadające im energie.

2. Obliczyć działanie (2) na stany

$$|m_e = 1/2, m_n \neq s_n\rangle, |m_e = -1/2, m_n \neq -s_n\rangle. \quad (5)$$

Z otrzymanych wzorów można wywnioskować, że cała przestrzeń Hilberta tego układu rozpada się na dwuwymiarowe podprzestrzenie rozpięte przez stany

$$|m_e = 1/2, m_n\rangle \otimes |m_e = -1/2, m_n + 1\rangle. \quad (6)$$

Zapisać (2) jako macierz 2×2 w tej bazie i następnie zdiagnozować ją. Zbadać degenerację otrzymanego spektrum. Sprawdzić, że całkowita liczba stanów otrzymanych tą metodą pokrywa się z wyjściową liczbą stanów z zadania 1. Ile wynosi całkowity spin stanów własnych po diagonalizacji?