

# Wybrane problemy kwantowo mechaniczne

zestaw 4

na dzień 5.11.2019. wtorek 8:30

sala A-0-13

Zajmiemy się problemem kolapsu funkcji falowej, paradoksem Einsteina-Rosena-Podolskiego i nierównością Bella. Problemy te najlepiej zilustrować przy pomocy pomiarów spinu – kontynuacja.

1. Atom wodoru (elektron i proton) dysocjuje na stan singletowy

$$|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e : +\rangle |p : -\rangle - |e : -\rangle |p : +\rangle).$$

Dokonyjemy pomiaru spinu elektronu  $S_\alpha^e$ . Następnie (a więc po pomiarze spinu elektronu) dokonujemy pomiaru spinu protonu  $S_\beta^p$ . Obliczyć współczynnik korelacji  $E_\psi(\alpha, \beta)$

$$E_\psi(\alpha, \beta) = \frac{\langle S_\alpha^e \otimes S_\beta^p \rangle_\psi - \langle S_\alpha^e \rangle_\psi \langle S_\beta^p \rangle_\psi}{\sqrt{\langle S_\alpha^e \rangle_\psi^2 \langle S_\beta^p \rangle_\psi^2}}.$$

dla stanu  $|\psi\rangle = |0\rangle$ .

2. Załóżmy że stan, na który dysocjuje atom wodoru jest stanem iloczynowym (a więc nie jest stanem splątany w przeciwieństwie do stanu singletowego) i wprowadźmy ukrytą zmienną w postaci kąta kwantyzacji  $\theta$ :

$$|\psi, \theta\rangle = |e : +\rangle_\theta |p : -\rangle_\theta.$$

Ponieważ kąt  $\theta$  jest nieznan, wszystkie średnie liczone są jako średniowanie po kącie  $\theta$  z pewnym rozkładem prawdopodobieństwa:

$$\langle \mathcal{O} \rangle_\psi = \int_0^{2\pi} d\theta P(\theta) {}_\theta\langle p : - | \mathcal{O} | e : + \rangle_\theta | p : - \rangle_\theta.$$

Przyjmując jednorodny rozkład prawdopodobieństwa

$$P(\theta) = \frac{1}{2\pi}$$

obliczyć:  $\langle S_\alpha^e \rangle_\psi$ ,  $\langle S_\beta^p \rangle_\psi$  oraz  $\langle S_\alpha^e \otimes S_\beta^p \rangle_\psi$  i ostatecznie  $E_\psi(\alpha, \beta)$ .