

Wybrane problemy kwantowo mechaniczne

zestaw 3

na dzień 29.10.2019. wtorek 8:30

sala A-0-13

Zajmiemy się problemem kolapsu funkcji falowej, paradoksem Einsteina-Rosena-Podolskiego i nierównością Bella. Problemy te najlepiej zilustrować przy pomocy pomiarów spinu.

1. Stany własne operatora σ_z (macierz Pauliego) odpowiadające wartościom własnym ± 1 będziemy oznaczać $|\pm\rangle$. Znaleźć stany własne i wektory własne operatora

$$S_\theta = \vec{n}_\theta \cdot \vec{S}$$

gdzie

$$\vec{n}_\theta = \cos \theta \vec{n}_z + \sin \theta \vec{n}_x$$

($\vec{n}_{z,x}$ wektory jednostkowe skierowane wzdłuż osi z i x) a $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ jest wektorem operatora spinu ($S_i = 1/2 \sigma_i$, $\hbar = 1$). Obliczyć $(\vec{S}_\theta)^2$.

Okaże się, że wartości własne tego operatora równe są $\pm 1/2$, a odpowiadające im stany własne oznaczymy $|\pm\rangle_\theta$.

2. Układ znajduje się w jednym ze stanów $|\pm\rangle_\theta$. Jakie jest prawdopodobieństwo, że pomiar spinu względem osi wyznaczonej przez wektor \vec{n}_α da wynik $\pm 1/2$? Obliczyć średnie

$${}_\theta \langle i | S_\alpha | k \rangle_\theta,$$

gdzie $i, k = \pm$.

3. Atom wodoru (elektron i proton) dysocjuje na stan

$$|\psi\rangle = |e : +\rangle_\theta |p : -\rangle_\theta.$$

Następnie dokonujemy pomiaru spinu elektronu względem osi \vec{n}_α oraz spinu protonu względem osi \vec{n}_β . Obliczyć współczynnik korelacji

$$E_\psi(\alpha, \beta) = \frac{\langle S_\alpha^e \otimes S_\beta^p \rangle_\psi - \langle S_\alpha^e \rangle_\psi \langle S_\beta^p \rangle_\psi}{\sqrt{\langle S_\alpha^e \rangle_\psi^2 \langle S_\beta^p \rangle_\psi^2}}.$$

Jaki jest sens fizyczny otrzymanego wyniku?