Wybrane problemy kwantowo mechaniczne

zestaw 2

na dzień 15.10.2019. wtorek 8:30

sala A-0-13

1. Dla stanu
$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(e^{-i\pi/4}\left|z\right\rangle + e^{i\pi/4}\left|-z\right\rangle\right)$$
obliczyć rozkłady prawdopodobieństwa
$$\begin{aligned} P_z(\xi) &\sim \left|e^{-i\pi/4}\psi_z(\xi) + e^{i\pi/4}\psi_{-z}(\xi)\right|^2, \\ P_z(P) &\sim \left|e^{-i\pi/4}\tilde{\psi}_z(P) + e^{i\pi/4}\tilde{\psi}_{-z}(P)\right|^2. \end{aligned}$$
Przyjąć $z = \rho$, gdzie ρ jest rzeczywiste. Wykreślić schematycznie te rozkłady zakładając, że ρ jest „duże".

2. Stany własne operatora σ_z (macierz Pauliego) odpowiadajace wartościom własnym ± 1 będziemy oznaczać $\left|\pm\right\rangle$. Znaleźć stany własne i wektory własne operatora
$$S_\theta = \vec{n}_\theta \cdot \vec{S}$$
gdzie
$$\vec{n}_\theta = \cos\theta\,\vec{n}_z + \sin\theta\,\vec{n}_x$$
($\vec{n}_{z,x}$ wektory jednostkowe skierowane wzdłuż osi z i x) a $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ jest wektorem operatora spinu ($S_i = 1/2\,\sigma_i,\ \hbar = 1$). Obliczyć $\left(\vec{S}_\theta\right)^2$.

   Okaże się, że wartości własne tego operatora równe są $\pm 1/2$, a odpowiadające im stany własne oznaczymy $\left|\pm\right\rangle_\theta$.

3. Układ znajduje się w jednym ze stanów $\left|\pm\right\rangle_\theta$. Jakie jest prawdopodobieństwo, że pomiar spinu względem osi wyznaczonej przez wektor $\vec{n}_\alpha$ da wynik $\pm 1/2$? Obliczyć średnie
$${}_\theta\left\langle i\left|S_\alpha\right|k\right\rangle_\theta,$$
gdzie $i, k = \pm$.