Mechanika Kwantowa - kurs mały

zestaw 10

18.5.2005. środa

grupa 1.b. i 2.b.

1. Znaleźć spektrum oscylatora harmonicznego poddanego działaniu stałej siły F:

$$\hat{H}_{osc} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 - Fx.$$

Zadanie rozwiązać na dwa sposoby:

(a) Dokładnie, zmieniając zmienną x na nową zmienną y, tak dobraną, aby w zmiennej y $\hat{H}_{osc}$ miał postać hamiltonianu niezaburzonego oscylatora plus stała;

(b) W rachunku zaburzeń traktując F jako mały parametr. Uwaga, trzeba wykonać rachunki aż do drugiego rzędu rachunku zaburzeń. W tym celu zapisać x jako kombinację liniową operatorów $\hat{a}$ i $\hat{a}^\dagger$.

2. Oscylator harmoniczny

$$\hat{H}_{osc} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

jest poddany zaburzeniu

$$\hat{H}' = \varepsilon_1 \left(\frac{x}{l}\right)^3 + \varepsilon_2 \left(\frac{x}{l}\right)^4$$

gdzie

$$l = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}.$$

Wyliczyć poprawki od $\hat{H}'$ w pierwszym i drugim rzędzie rachunku zaburzeń. Podobnie jak w zadaniu poprzednim zapisać x jako kombinację liniową operatorów $\hat{a}$ i $\hat{a}^\dagger$.

3. Stan własny operatora $\hat{a}$ ma postać

$$|z\rangle = C(z) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \, .$$

Z warunku normalizacji

$$\langle z \,|z\rangle = 1$$

wyliczyć $C(z)$.