Mechanika Kwantowa - kurs duży

zestaw 10

15.1.2007. poniedziałek, godz. 14:15

sala 001B

1. Klasycznie rozpraszaniu ulegają tylko cząstki, które padają na sztywną kulę w odległości nie większej niż a od osi z przebiegającej przez środek kuli. Takie cząstki mają maksymalny moment pędu $L \sim pa$ czyli $l \sim ka$. Spróbujmy we wzorze z zad.1. wysumować wszystkie fale parcjalne od $l = 0$ do $l = ka$. W tym celu przyjąć, że $\delta_{l+1} = \delta_l - \pi/2$(dlaczego?). Wykazać, że w takim przybliżeniu $\sigma \sim 2\pi a^2$.

2. Cząstka o energii $E \to 0$ rozprasza się na potencjale

$$V = \begin{cases} -V_0 & \text{dla} \quad 0 \le r \le a \\ 0 & \text{dla} \quad a < r \end{cases},$$

gdzie V_0 jest dodatnią stałą. Wyprowadzić równanie na δ_0 i rozwiązać go dla $E \to 0$. Wyprowadzić warunek wiążący V_0 i a przy którym całkowity przekrój czynny w fali s znika w granicy $E \to 0$.

3. Wykazać, że wyrażenie na przekrój czynny z poprzedniego zadania ma także bieguny rezonansowe. Porównać wartości energii, przy których pojawiają się te bieguny z energią stanów związanych w tej samej studni dla energii dążących do zera. Wyrazić w tej granicy przekrój czynny przez energię stanu związanego E' i energię cząstki rozpraszanej E (oczywiście w granicy, gdy E' i E są bliskie zeru).

4. Dla potejncjału z zadania 2 wykazać, że przesunięcie fazowe $\delta_0(k)$ spełnia związek

$$\delta_0(0) - \delta_0(\infty) = n\pi,$$

gdzie n jest liczbą stanów związanych o $l = 0$. Powyższy wzór nosi nazwę twierdzenia Levinsona.