Mechanika Kwantowa - kurs duży

zestaw 5

14.11.2006. poniedziałek, godz. 14:15

sala 001B

1. Elektron i prpton oddziaływują momentami magnetycznymi

$$\hat{H} = \frac{\gamma}{\hbar^2}\vec{S}^{(e)} \circ \vec{S}^{(p)}.$$

Znaleźć pozimy energetyczne i degeneracje. Następnie układ umieszczamy w polu magnetycznym $\vec{B} = (0, 0, B)$ skierowanym wzdłuż osi z. pełny hamiltonian opisujący taki system ma teraz postać

$$\hat{H} = \frac{\gamma}{\hbar^2}\vec{S}^{(e)} \circ \vec{S}^{(p)} + \frac{\mu_e}{\hbar}\vec{B} \circ \vec{S}^{(e)} + \frac{\mu_p}{\hbar}\vec{B} \circ \vec{S}^{(p)},$$

gdzie $\mu_{e,p}$ to momenty magnetyczne elektronu i protonu. Jak wygląda teraz spektrum układu (wykres) w funkcji B, jak zmieniły się degeneracje?

2. Poziomy Landaua (Landau Lifszic par. 112). Bezspinowa cząstka naładowana porusza się w polu magnetycznym B skierowanym wzdłuż osi z. Za potencjał wektorowy można przyjąć: $\vec{A} = (-By, 0, 0)$. Napisać odpowiadające takiemu ruchowi równanie Schrödingera, wykazać, że $\hat{p}_x$ i $\hat{p}_z$ komutują z hamiltonianem. Rozseparować zmienne i znaleźć poziomy energetyczne takiego układu.

   WSKAZÓWKA: Otrzymane równanie różniczkowe w y można sprowadzić do równania oscylatora harmonicznego.

3. Rozwiązać poprzednie zadanie dla potencjału $\vec{A} = \frac{1}{2}(-Bx, By, 0)$ traktując człon typu $p_y x - p_x y$ jako zaburzenie. W tym celu pokazać, że układ niezaburzony odpowiada dwóm oscylatorom harmonicznym i ruchowi swobodnemu w kierunku z. Wyrazić zaburzenie przez operatory kreacji i anihilacji i wyliczyć poprawki do energii dla kilku ($n = 0, 1, 2$) pierwszych poziomów (zdegenerowany rachunek zaburzeń). Spróbować uogólnić dla dowolnego n.

4. Znaleźć poziomy Landaua dla potencjału $\vec{A} = \frac{1}{2}(-By, Bx, 0)$ zapisując hamiltonian we współrzędnych walcowych (ρ, φ, z). Po przeprowadzeniu separacji zmiennych należy rozwiązać radialne równanie różniczkowe. W tym celu najpierw wyodrębnić zachowanie asymptotyczne dla $\rho \to \infty$, a otrzymane w ten sposób równanie rozwiązać metodą szeregów. Warto wprowadzić nową zmienną: $y = \rho^2(\mu\omega/\hbar)$, gdzie μ jest masą cząstki, a ω częstością oscylatora. Człon proporcjonalny do L_z potraktować jako zaburzenie.