Mechanika Kwantowa - kurs duży

grupa 1.a, zestaw 2

16.10.2006. poniedziałek, godz. 14:15

sala 001B

1. Proszę skonstruować szereg Clebscha-Gordana dla krętów $1/2 \otimes 1$.

2. Hamiltonian opisujący cząstkę o kręcie 1 ma postać

$$H = A\frac{1}{\hbar}s_z + B\frac{1}{\hbar^2}s_x^2,$$

gdzie A i B są dowolnymi stałymi. Znaleźć poziomy energetyczne i funkcje falowe.

3. System 2 cząstek o kręcie 1/2 opisywany jest hamiltonianem

$$H = A\left(S_z^{(1)} + S_z^{(2)}\right) + B\,\vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)}.$$

Znaleźć wszystkie poziomy energetyczne takiego systemu.

WSKAZÓWKA:

Przejść do bazy całkowietego spinu $\vec{S} = \vec{S}^{(1)} + \vec{S}^{(2)}$ i korzystając z faktu, że $\vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)} = \frac{1}{2}\left[\vec{S}^2 - \left(\vec{S}^{(1)}\right)^2 - \left(\vec{S}^{(2)}\right)^2\right]$ znaleźć wartości własne $\vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)}$.

4. Rozważmy reakcje ropraszania cząstek π na nukleonie:

$$\begin{aligned} \pi^+ p &\rightarrow \pi^+ p \\ \pi^- p &\rightarrow \pi^- p \\ \pi^- p &\rightarrow \pi^0 n \end{aligned}$$

Cząstki π stanowią triplet izospinowy

$$\left|\pi^\pm\right\rangle = |1, \pm 1\rangle\,,\ \left|\pi^0\right\rangle = |1, 0\rangle$$

natomiast nukleon dublet

$$|p\rangle = \left|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle,\ |n\rangle = \left|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle.$$

Izospin jest liczbą kwantową o własościach teoriogrupowych takich jak moment pędu. Jest on zachowany w oddziaływaniach silnych odpowiedzialnych za podane wyżej reakcje. Rozpraszanie π-nukleon może zachodzić porzez uformowanie stanu pośredniego zwanego rezonansem.

Może to być rezonans Δ:

$$\left|\Delta^{++}\right\rangle = \left|\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\rangle,\ \left|\Delta^{+}\right\rangle = \left|\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle,\ \left|\Delta^{0}\right\rangle = \left|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle,\ \left|\Delta^{-}\right\rangle = \left|\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\rangle$$

lub rezonans N^*

$$|p^*\rangle = \left|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle, \ |n^*\rangle = \left|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle.$$

Obliczyć stosunki przekrojów czynnych na podane wyżej reakcje przyjmując, że zachodzą one albo poprzez uformowanie rezonansu Δ albo N^*.

WSKAZÓWKA: Mając dany stan początkowy w powyższych reakcjach, zastanowić się, jak wygląda amplituda prawdopodobieństwa otrzymania stanu pośredniego, a następnie otrzymania danego stanu końcowego. Przekrój czynny jest proporcjonalny do kwadratu amplitudy. Odpowiednie współczynniki Clebscha-Gordana odczytać z tablic.