Mechanika Kwantowa - kurs duży

grupa 1.a, zestaw 1

9.10.2006. poniedziałek, godz. 14:15

sala 001B

1. Wyliczyć komutatory:
$$[J_+, J_-], \quad [J_\pm, J_3].$$
Wykazać
$$J^2 = J_- J_+ + J_3^2 + J_3 = J_+ J_- + J_3^2 - J_3.$$

2. Proszę pokazać, że zachodzą następujące wzory dla wartości średnich obliczonych w stanie własnym J_z:
$$\begin{aligned} \langle J_x \rangle = \langle J_y \rangle &= 0, \\ \langle J_x J_y + J_y J_x \rangle &= 0, \\ \langle J_x^2 \rangle &= \langle J_y^2 \rangle. \end{aligned}$$
Wyliczyć $\langle J_x^2 \rangle = \langle J_y^2 \rangle$ w stanie $|j, m\rangle$.
Wskazówka: Przedstawić J_x i J_y jako kombinacje liniowe J_+ i J_-.

3. Korzystając ze znanych wzorów na $J_\pm |j, m\rangle$ wyprowadzić podaną na wykładzie reprezentację macierzową dla $j = 1$. Wykazać, że macierze
$$(J_i)_{kl} = -i\hbar\, \varepsilon_{ikl}$$
spełniają reguły komutacji dla operatorów momentu pędu. Wypisać jawnie ich postać macierzową. Znaleźć transformację diagonalizującą J_3. Według tej transformacji przekształcić $J_{1,2}$. Porównać z postacią macierzową z pierwszej części zadania.