Mechanika Kwantowa - kurs duży

zestaw 7, grupa 3.a.

12.4.2006. środa, sala 080

1. Wykazać, że
$$[\hat{A}, \hat{B}^{-1}] = -\hat{B}^{-1}[\hat{A}, \hat{B}]\hat{B}^{-1},$$
gdzie $\hat{B}^{-1}$oznacza operator odwrotny do $\hat{B}$. Sformułować zasadę nieoznaczoności dla $\hat{A}$ i $\hat{B}^{-1}$, w szczególności dla $1/\hat{x}$ i $\hat{p}$.

2. Czy istnieją skończenie wymiarowe macierze A, B spełniające regułę komutacji
$$[A, B] = i\hbar.$$

3. Czy w potencjale $V(x) = -V_0\delta(x)$ są stany związane?

4. Operatory kreacji i anihilacji mają postać:
$$\hat{a} = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\hat{x} + i\sqrt{\frac{1}{2\hbar m\omega}}\hat{p},$$
$$\hat{a}^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\hat{x} - i\sqrt{\frac{1}{2\hbar m\omega}}\hat{p}.$$
Wyliczyć komutator i antykomutator.

5. Stan podstawowy oscylatora harmonicznego spełnia równanie
$$\hat{a}\,|0\rangle = 0.$$
Znaleźć funkcję falową tego stanu korzystając z jawnej postaci operatorów $\hat{x}$ oraz $\hat{p}$ w reprezentacji położeń. Następnie wyliczyć pierwszy stan wzbudzony korzystając z równania
$$|1\rangle = \hat{a}^\dagger\,|0\rangle\,.$$
Porównać ze znanymi wzorami z wykładu.