

Mechanika Kwantowa - kurs duży
zestaw 11
23.1.2006. poniedziałek, godz. 14:15
sala 001B

1. System 2 cząstek o spinie 1/2 opisywany jest hamiltonianem

$$H = A (S_z^{(1)} + S_z^{(2)}) + B \vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)}.$$

Znaleźć wszystkie poziomy energetyczne takiego systemu.

WSKAZÓWKA:

Przejsć do bazy całkowitego spinu $\vec{S} = \vec{S}^{(1)} + \vec{S}^{(2)}$ i korzystając z faktu, że $\vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)} = \frac{1}{2} [\vec{S}^2 - (\vec{S}^{(1)})^2 - (\vec{S}^{(2)})^2]$ znaleźć wartości własne $\vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)}$.

2. Rozważmy reakcje rozpraszania cząstek π na nukleonie:

$$\begin{aligned} \pi^+ p &\rightarrow \pi^+ p \\ \pi^- p &\rightarrow \pi^- p \\ \pi^- p &\rightarrow \pi^0 n \end{aligned}$$

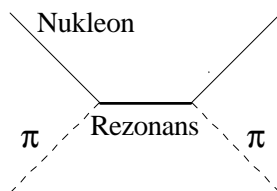
Cząstki π stanowią triplet izospinowy

$$|\pi^\pm\rangle = |1, \pm 1\rangle, |\pi^0\rangle = |1, 0\rangle$$

natomiast nukleon dublet

$$|p\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, |n\rangle = \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle.$$

Izospin jest liczbą kwantową o własnościach teoriogrupowych takich jak moment pędu. Jest zachowany w oddziaływaniach silnych odpowiedzialnych za podane wyżej reakcje. Rozpraszanie π -nukleon może zachodzić poprzez uformowanie stanu pośredniego zwanego rezonansem.



Może to być rezonans Δ :

$$|\Delta^{++}\rangle = \left| \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right\rangle, |\Delta^+\rangle = \left| \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, |\Delta^0\rangle = \left| \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle, |\Delta^-\rangle = \left| \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle$$

lub rezonans N^*

$$|p^*\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, |n^*\rangle = \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle.$$

Obliczyć stosunki przekrojów czynnych na podane wyżej reakcje przyjmując, że zachodzą one albo poprzez uformowanie rezonansu Δ albo N^* .

3. Potencjał zlokalizowany jest wokół $x = 0$. Funkcja falowa ma następującą asymptotykę

$$\begin{aligned} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & \text{ dla } x \ll 0, \\ Ce^{ikx} + De^{-ikx} & \text{ dla } x \gg 0. \end{aligned}$$

Definiuje się macierz S jako.

$$\begin{bmatrix} C \\ B \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} A \\ D \end{bmatrix}.$$

- (a) Wyliczyć S dla rozpraszania na barierze potencjału:

$$V = \begin{cases} V_0 & \text{dla } -a \leq x \leq a \\ 0 & \text{dla } |x| > a \end{cases}.$$

Uwaga, należy rozpatrzyć 2 przypadki 1) $E < V_0$, 2) $E > V_0$.

- (b) Wyliczyć S dla rozpraszania na studni potencjału:

$$V = \begin{cases} -V_0 & \text{dla } -a \leq x \leq a \\ 0 & \text{dla } |x| > a \end{cases}.$$

gdzie $V_0 > 0$. Pokazać, że stany związane odpowiadają biegunom macierzy S leżącym na dodatniej półosi urojonego k .

<http://th-www.if.uj.edu.pl/~michal/>