Mechanika Kwantowa - kurs duży

zestaw 9

9.1.2006. poniedziałek, godz. 14:15

sala 001B

1. Dokończyć zadanie: dwa identyczne, nierelatywistyczne fermiony o masie m i spinie 1/2 znajdują się w jednowymiarowym „pudle" o długości L. Sklasyfikować trzy najniższe stany energetyczne, tzn. wyliczyć energie i pełne f. falowe (z uwzględnieniem spinu). Następnie założyć, że cząstki te oddziaływują odpychającym potencjałem $V(x_1 - x_2)$, który można potraktować jako zaburzenie. Wyrazić poprzez całki po $dx_1 dx_2$ poprawki do wyliczonych poprzednio energii.

2. Proszę skonstruować szereg Clebscha-Gordana dla spinów $1/2 \otimes 1$.

3. Hyperon Ω^- jest cząstką o spinie 3/2 i tzw. wewnętrznej parzystości +. Ω^- rozpada się na bezspinowy mezon K^- o wewnętrznej parzystości $-$ i hyperon Λ^0 o spinie 1/2 i wewnętrznej parzystości +:
$$\Omega^- \to K^- + \Lambda^0.$$
Jaką formę ma najogólniejszy rozkład kątowy mezonu K^- względem kierunku spinu Ω^- jeżeli spoczywający przed rozpadem hyperon Ω^- miał rzut spinu na oś z równy 3/2? Jakie ograniczenia na ten rozkład narzuca zachowanie parzystości?

   WSKAZÓWKA:

   Po pierwsze trzeba sobie odpowiedzieć na pytanie co to jest rozkład kątowy. W tym celu należy skonstruować f. falową mezonu K^- i podnieść ją do kwadratu. Funkcja ta składa się z części spinowej i kątowej (funkcja kulista) złożonych odpowiednio przy pomocy wsp. Clebscha-Goradana na stan $|3/2, 3/2\rangle$. Takich funkcji mamy dwie i pełna f. falowa jest ich sumą z pewnymi (nieznanymi) współczynnikami. Parzystość f. kulistej wynosi $(-)^l$ (dlaczego?). Jeżeli parzystość ma być zachowana to jeden z wymienionych wyżej współczynników musi się zerować.

4. Hamiltonian opisujący cząstkę o spinie 1 ma postać
$$H = A\frac{1}{\hbar}s_z + B\frac{1}{\hbar^2}s_x^2,$$
gdzie A i B są dowolnymi stałymi. Znaleźć poziomy energetyczne i funkcje falowe. W chwili $t = 0$ cząstka jest w stanie własnym s_z do wartości własnej $+\hbar$. Obliczyć wartość oczekiwaną operatora spinu $\vec{s} = (s_x, s_y, s_z)$ w chwili t.

5. System 2 cząstek o spinie 1/2 opisywany jest hamiltonianem
$$H = A\left(S_z^{(1)} + S_z^{(2)}\right) + B\,\vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)}.$$
Znaleźć wszystkie poziomy energetyczne takiego systemu.

WSKAZÓWKA:

Przejść do bazy całkowietego spinu $\vec{S} = \vec{S}^{(1)} + \vec{S}^{(2)}$ i korzystając z faktu, że $\vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)} = \frac{1}{2}\left[\vec{S}^2 - \left(\vec{S}^{(1)}\right)^2 - \left(\vec{S}^{(2)}\right)^2\right]$ znaleźć wartości własne $\vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)}$.

http://th-www.if.uj.edu.pl/~michal/