Mechanika Kwantowa - kurs duży

zestaw 3

24.10.2005. poniedziałek, godz. 14:15

sala 001B

1. Korzystając z wyprowadzonych na poprzednich ćwiczeniach wzorów proszę dokończyć zdadanie polegające na obliczeniu poprawki do energii oscylatorara harmonicznego

$$\hat{H}_{osc} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

poddanego zaburzeniu

$$\hat{H}' = \varepsilon_1 \left(\frac{x}{l}\right)^3 + \varepsilon_2 \left(\frac{x}{l}\right)^4$$

gdzie

$$l = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}.$$

Wyliczyć poprawki od $\hat{H}'$ w pierwszym i drugim rzędzie rachunku zaburzeń. Zadanie proszę przygotować na kartkach.

2. Wyprowadzić wzór na poprawkę pierwszego rzędu do energii i funkcji falowej dla układu

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$$

gdzie $\hat{H}_0$ jest hamiltonianem, którego spektrum znamy

$$\hat{H}_0 \left|n, i\right\rangle = E_n^{(0)} \left|n, i\right\rangle,$$

gdzie i jest wskaźnikiem degeneracji a $\hat{V}$ zaburzeniem. Można skorzystać z podręcznika Schiffa rozdział 8.31 lub podręcznika Landaua i Lfszyca rozdział 6.39.

3. Dwuwymiarowy oscylator harmoniczny

$$\hat{H}_{osc} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + \frac{\hat{p}_y^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 y^2$$

został poddany zaburzeniu

$$V(x, y) = \varepsilon \left(\frac{x}{l}\right)\left(\frac{y}{l}\right)$$

gdzie l jest zdefiniowane jak poprzednio (zad. 1). Wyliczyć poprawkę do energii w pierwszym rzędzie zaburzeń rachunku dla kilku pierwszych poziomów.

Uwaga: system taki jest zdegenerowany: wyliczyć degenerację poszczególnych poziomów, zastosować wzory dla zdegenerowanego rachunku zaburzeń dla kilku pierwszych poziomów. Wyrazić x i y przez operatory kreacji i anihilacji: $\hat{a}_x$, $\hat{a}_x^\dagger$, $\hat{a}_y$, $\hat{a}_y^\dagger$, które osobno dla x i dla y spełniają standardowe reguły komutacji, natomiast operatory $\hat{a}_x^{(\dagger)}, \hat{a}_y^{(\dagger)}$ komutują między sobą.

4. Na poprzednich ćwiczeniach wykazaliśmy, że znormalizowany stan własny operatora $\hat{a}$ do wartości własnej z, gdzie z jest liczbą zespoloną ma postać

$$|z\rangle = \exp\left(-\frac{|z|^2}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \, .$$

Wykazać, że mimo iż stany $|z\rangle$ nie są ortogonalne, to stanowią one układ zupełny, tzn. że operator jednostkowy można zapisać jako

$$\mathbf{1} = \frac{1}{\pi} \int d^2 z \; |z\rangle \langle z| \, .$$

http://th-www.if.uj.edu.pl/~michal/