Mechanika Kwantowa - kurs duży

kolokwium

14.11.2005. poniedziałek, godz. 14:15

sala 001B

1. Dwuwymiarowy oscylator harmoniczny

$$\hat{H}_{osc} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + \frac{\hat{p}_y^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 y^2$$

   został poddany zaburzeniu

$$V(x,y) = \varepsilon \left(\frac{x}{l}\right)^2 \left(\frac{y}{l}\right)^2$$

   gdzie l jest zdefiniowane jako

$$l = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}.$$

   Wyliczyć poprawkę do energii w pierwszym rzędzie zaburzeń rachunku dla $n = 0, 1$, gdzie $n = n_x + n_y$.

2. Znormalizowany stan własny operatora $\hat{a}$ do wartości własnej z, gdzie z jest liczbą zespoloną ma postać

$$|z\rangle = \exp\left(-\frac{|z|^2}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle .$$

   Wykazać, że mimo iż stany $|z\rangle$ nie są ortogonalne, to stanowią one układ zupełny, tzn. że operator jednostkowy można zapisać jako

$$\mathbf{1} = \frac{1}{\pi} \int d^2 z \; |z\rangle \langle z| .$$

   W tym celu wykonać całkę po $d^2 z$ we współrzędnych biegunowych $z = r\, e^{i\varphi}$.

3. Cząstka o masie m porusza się w potencjale pokazanym na rysunku. Jak należy dobrać iloczyn $V_0 a^2$ aby nie pojawił się ani jeden stan związany.