

Mechanika Kwantowa III rok

zestaw 12 na dzień

17.01.2022. poniedziałek 14:15 (sala A-2-07)

18.01.2022. wtorek 14:15 (sala A-2-01)

1. Atom wodoru w stanie podstawowym poddany został działaniu jednorodnego, zmiennego w czasie pola elektrycznego

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \cos \omega t$$

przy czym $\hbar\omega > E_j$, gdzie $E_j = me^4/(2\hbar^2)$ jest energią jonizacji („minus” energia stanu podstawowego). W najniższym rzędzie rachunku zaburzeń obliczyć prawdopodobieństwo przejścia do stanu zjonizowanego na jednostkę czasu. Przedyskutować rozkład kątowy emitowanych elektronów.

WSKAZÓWKA. Aby obliczyć prawdopodobieństwo przejścia, należy znać f. falową stanu końcowego i gęstość stanów końcowych - np. paragraf 35 w podręczniku L. Schiff'a. W tym celu przyjąć, że układ jest zamknięty w pudle o rozmiarach L , a f. falowe stanów zjonizowanych są falami płaskimi.

2. Klasycznie rozpraszaniu ulegają tylko cząstki, które padają na sztywną (nieskończoną) kulę o promieniu a w odległości nie większej niż a od osi z przebiegającej przez środek kuli. Takie cząstki mają maksymalny moment pędu $L \sim pa$ czyli $l \sim ka$. Spróbujmy we wzorze na przekrój czynny

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l(k)$$

wysumować wszystkie fale parcjalne od $l = 0$ do $l = ka$. W tym celu przyjąć, że $\delta_{l+1} = \delta_l - \pi/2$ (dlaczego?). Wykazać, że w takim przybliżeniu $\sigma \sim 2\pi a^2$.

3. Cząstka o energii $E \rightarrow 0$ rozprasza się na potencjale

$$V = \begin{cases} -V_0 & \text{dla } 0 \leq r \leq a \\ 0 & \text{dla } a < r \end{cases},$$

gdzie V_0 jest dodatnią stałą. Wyprowadzić równanie na δ_0 i rozwiązać go dla $E \rightarrow 0$. Wyprowadzić warunek wiążący V_0 i a przy którym całkowity przekrój czynny w fali s znika w granicy $E \rightarrow 0$.

4. Wykazać, że wyrażenie na przekrój czynny dla $l = 0$ z poprzedniego zadania ma bieguny rezonansowe, tzn. że dla energii $k \rightarrow 0$ przekrój czynny może być nieskończony dla pewnych parametrów studni V . Znaleźć związek między V_0 a a , dla których to zachodzi i wykazać, że jest to dokładnie związek, który otrzymujemy z warunku, aby w potencjale V był stan związany o energii równej 0.