Mechanika Kwantowa III rok

zestaw 10 na dzień

03.01.2022. poniedziałek 14:15, **MSTeams** (sala A-2-07)

04.01.2022. wtorek 14:15, **MSTeams** (sala A-2-01)

1. Hyperon Ω^- jest cząstką o spinie 3/2. Ω^- rozpada się na bezspinowy mezon K^- i hyperon Λ^0 o spinie 1/2:
$$\Omega^- \to K^- + \Lambda^0.$$
Jaką formę ma najogólniejszy rozkład kątowy mezonu K^- względem kierunku spinu Ω^- jeżeli spoczywający przed rozpadem hyperon Ω^- miał rzut spinu na oś z równy 3/2?

   WSKAZÓWKA:

   Po pierwsze trzeba sobie odpowiedzieć na pytanie co to jest rozkład kątowy. W tym celu należy skonstruować f. falową mezonu K^- i podnieść ją do kwadratu. Funkcja ta składa się z części spinowej i kątowej (funkcja kulista) złożonych odpowiednio przy pomocy wsp. Clebscha-Goradana na stan $|3/2, 3/2\rangle$. Takich funkcji mamy dwie i pełna f. falowa jest ich sumą z pewnymi (nieznanymi) współczynnikami. Za funkcje spinowe przyjąć unormowane wektory własne $\hat{S}_3$:
$$\chi^{1/2}_{s=1/2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \chi^{-1/2}_{s=1/2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

2. W chwili $t = 0$ funkcja falowa atomu wodoru jest następującą kombinacją funkcji własnych energii
$$\psi(\vec{r}, 0) = \frac{1}{\sqrt{10}} \left(2\psi^1_{0,0}(\vec{r}) + \psi^2_{1,0}(\vec{r}) + \sqrt{2}\psi^2_{1,1}(\vec{r}) + \sqrt{3}\psi^2_{1,-1}(\vec{r}) \right)$$
(w notacji $\psi^n_{l,m}$).
   (a) Jak ten stan ewoluuje w czasie?
   (b) Obliczyć wartość oczekiwaną energii w tym stanie.
   (c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że w chwili $t > 0$, atom jest w stanie $l = 1$ i $m = 1$ (n dowolne).
   (d) Jakie jest prawdopodobieństwo znalezienia w chwili $t = 0$ elektronu w odległości mniejszej niż $R = 10^{-10}$ cm od jądra. Odpowiednie całki po dr można przybliżyć używając rozwinięcia kwadratu funkcji falowej w parametrze R/a.

3. Udowodnić wzór:
$$\lim_{\Delta t \to \infty} \frac{1}{\Delta t} \frac{\sin^2 \frac{\omega_{mk}\Delta t}{2}}{\frac{\omega^2_{mk}}{4}} = 2\pi\delta(\omega_{mk}).$$