

Mechanika Kwantowa III rok

zestaw 8 na dzień

29.11.2021. poniedziałek 14:15, sala A-2-07

30.11.2021. wtorek 14:15, sala A-2-01

1. Rozważmy nienaładowaną cząstkę o spinie $1/2$, o momencie magnetycznym

$$\vec{\mu} = -2\mu_B \frac{1}{\hbar} \vec{S}$$

(\vec{S} jest operatorem spinu), która porusza się w nieskończonej studni potencjału $-L \leq x \leq L$. W części studni o $x \leq 0$ włączono pole magnetyczne skierowane wzdłuż osi z : $\vec{B}_I = (0, 0, B)$, zaś w drugiej części dla $x \geq 0$ pole skierowane wzdłuż osi x : $B_{II} = (B, 0, 0)$. Na poprzednich ćwiczeniach obliczyliśmy poprawkę do energii w rachunku zaburzeń, teraz proszę rozwiązać to zadanie dokładnie.

WSKAZÓWKA: Po obu stronach studni ($-L < x < 0$ oraz $0 < x < L$) funkcję falową należy rozłożyć w bazie wektorów własnych hamiltonianu oddziaływania (część spinowa) pomnożonych przez funkcje falowe nieskończonej studni z wektorem falowym tak dobranym, tak aby energia dla wszystkich tych funkcji była identyczna. Warunki ciągłości funkcji falowej i pochodnej w $x = 0$ wyznaczają warunek kwantyzacji energii. Znalezienie energii jest możliwe w zasadzie tylko numerycznie.

2. Atom wodoru jest w stanie $2p_{j=1/2}$ ($n = 2$, $l = 1$, $s = 1/2$, $j = 1/2$, $j_3 = 1/2$). Całkowity moment pędu jest skierowany w górę osi z . Jakie jest prawdopodobieństwo, że elektron ma $s_z = -1/2$? Wyliczyć gęstość prawdopodobieństwa na kąt bryłowy, że elektron można znaleźć pod kątami ϑ , φ (niezależnie od r i spinu). Atom umieszczamy w polu magnetycznym $\vec{B} = (0, 0, B)$. Obliczyć energię oddziaływania z tym polem.
3. W atomie wodoru elektron oddziałuje z momentem magnetycznym powstałym na wskutek względnego ruchu protonu i elektronu. Oddziaływanie to nosi nazwę „spin-orbita”. Traktując sprzężenie „spin-orbita” jako zaburzenie

$$\hat{H}_{\text{SO}} = \frac{e^2 \hbar^2}{2m_e^2 c^2} \frac{1}{r^3} \frac{1}{\hbar^2} \hat{L} \cdot \hat{S}$$

obliczyć poprawki do energii stanów $2s$ i $2p$. Podać numeryczną wartość poprawki w [eV] i w [cm^{-1}].

WSKAZÓWKA: Odpowiednie funkcje falowe:

$$\begin{aligned} \psi_{l=0,m=0}^{n=2} &= \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-\frac{r}{2a_0}} Y_{l=0}^{m=0}(\theta, \varphi) = R_{20}(r) Y_{l=0}^{m=0}(\theta, \varphi), \\ \psi_{l=1,m}^{n=2} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \frac{r}{a_0} e^{-\frac{r}{2a_0}} Y_{l=1}^m(\theta, \varphi) = R_{21}(r) Y_{l=1}^m(\theta, \varphi). \end{aligned}$$