

Mechanika Kwantowa III rok

zestaw 7 na dzień

22.11.2021. poniedziałek 14:15, sala A-2-07

23.11.2021. wtorek 14:15, sala A-2-01

1. Proszę dokończyć zadanie 2 z poprzedniego zestawu (grupa poniedziałkowa).
2. Rozważmy nienaładowaną cząstkę o spinie $1/2$, o momencie magnetycznym

$$\vec{\mu} = -2\mu_B \frac{1}{\hbar} \vec{S}$$

(\vec{S} jest operatorem spinu), która porusza się w nieskończonej studni potencjału $-L \leq x \leq L$. W części studni o $x \leq 0$ włączono pole magnetyczne skierowane wzdłuż osi z : $\vec{B}_I = (0, 0, B)$, zaś w drugiej części dla $x \geq 0$ pole skierowane wzdłuż osi x : $B_{II} = (B, 0, 0)$. Zakładając, że pole B jest słabe wyliczyć energię stanu podstawowego w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń.

WSKAZÓWKA: Najpierw trzeba wyliczyć poziomy i f. falowe bez pola. Funkcje falowe mają postać

$$\Psi(x, m) = \psi(x)\chi(m),$$

gdzie

$$\chi(+1/2) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi(-1/2) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Hamiltonian oddziaływania z polem magnetycznym ma postać

$$H' = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}.$$

Przydatna całka

$$\int \sin^2 x \, dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \sin 2x.$$

3. Korzystając z jawnej postaci funkcji kulistych wyliczyć następujące elementy macierzowe operatora wektora wodzącego $n_z = \cos \vartheta$:

$$\langle 1, 0 | n_z | 0, 0 \rangle, \quad \langle 2, 0 | n_z | 1, 0 \rangle.$$

Porównać z ogólnymi wzorami podanymi na wykładzie.

4. W dyskutowanym na wykładzie efekcie Starka dla $n = 2$, energia zależy od jednego niezerowego elementu macierzowego

$$H'_{13} = h = eE \int d^3r \psi_1^* r n_z \psi_3,$$

gdzie

$$\begin{aligned}\psi_1 &= \psi_{l=0,m=0}^{n=2} = \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right) Y_0^0(\theta, \varphi), \\ \psi_3 &= \psi_{l=1,m=0}^{n=2} = \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{r}{a_0} \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right) Y_1^0(\theta, \varphi).\end{aligned}$$

Wyliczyć h .

5. Przedyskutować jakościowo efekt Starka dla $n = 3$ gdzie zaburzenie ma postać.

$$H' = eErn_z \quad (1)$$

Skorzystać z tw. Eckarta-Wignera w celu znalezienia niezerowych elementów macierzy H' która w bazie funkcji falowych stanu $n = 3$ jest macierzą 9×9 . Znaleźć relacje między tymi elementami nie licząc całek radialnych. Funkcje falowe dla $n = 3$ są np. w podręczniku Dawydowa str. 145 lub w G.K. Woodgate „Struktura atomu” str.32. Wyliczyć poprawki do energii w funkcji 2 całek radialnych.