

# Mechanika Kwantowa III rok

zestaw 5 na dzień

8.11.2021. poniedziałek 14:15, sala A-2-07

2.11.2021. wtorek 14:15, sala A-2-01

1. Obliczyć iloczyn

$$(\vec{a} \cdot \vec{\sigma}) (\vec{b} \cdot \vec{\sigma}),$$

gdzie  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  są dowolnymi wektorami,  $\vec{\sigma}$  są macierzami Pauliego.

2. Elektron jest w stanie spinowym opisywanym dwuwymiarowym wektorem zespolonym (spinorem)  $\chi = (\alpha, \beta)$  w standardowej reprezentacji, w której  $\sigma_z$  jest diagonalne. Stan ten jest znormalizowany

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1.$$

Jakie jest prawdopodobieństwo  $P_y(1/2)$  uzyskania wyniku  $\hbar/2$  przy pomiarze  $s_y$ ?

WSKAZÓWKA:

Pokazać, że wartości własne  $s_y$  równe są  $\pm\hbar/2$  i znaleźć odpowiadające im wektory własne. Następnie rozłożyć  $\chi$  w bazie tych wektorów własnych, współczynniki tego rozkładu są amplitudami prawdopodobieństwa uzyskania w wyniku pomiaru  $s_y$  odpowiedniej wartości własnej.

3. Dla spinora z poprzedniego zadania, który ma postać:

$$\chi = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta/2 \\ e^{i\phi} \sin \theta/2 \end{pmatrix}$$

obliczyć tzw. wektor polaryzacji

$$\vec{P} = \langle \chi | \vec{S} | \chi \rangle = \chi^\dagger \vec{S} \chi,$$

gdzie  $\vec{S}$  jest operatorem spinu. Wyrazić  $\vec{P}$  jako funkcję kątów  $\theta$  i  $\phi$ .

4. W fizyce oddziaływań fundamentalnych do klasyfikacji cząstek wprowadza się pojęcie izospinu. Izospin jest liczbą kwantową o własnościach – jeśli chodzi o składanie – takich jak spin czy moment pędu. Stany numerujemy wartością  $t$  całkowitego izospinu i  $t_3$ :

$$|t, t_3\rangle.$$

Cząstki  $\pi$  stanowią triplet izospinowy

$$|\pi^\pm\rangle = |1, \pm 1\rangle, |\pi^0\rangle = |1, 0\rangle$$

natomiast nukleon dublet

$$|p\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, |n\rangle = \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle.$$

Znane są także stany wzbudzone nukleonu rezonans:  $\Delta$

$$|\Delta^{++}\rangle = \left| \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right\rangle, |\Delta^+\rangle = \left| \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, |\Delta^0\rangle = \left| \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle, |\Delta^-\rangle = \left| \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle$$

lub rezonans  $N^*$

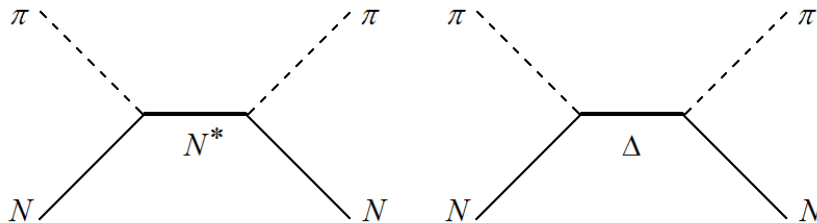
$$|p^*\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, |n^*\rangle = \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle.$$

Rozważmy reakcje rozpraszania cząstek  $\pi$  na nukleonie:

$$\begin{aligned} \pi^+ p &\rightarrow \pi^+ p \\ \pi^- p &\rightarrow \pi^- p \\ \pi^- p &\rightarrow \pi^0 n \end{aligned}$$

Izospin jest zachowany w oddziaływaniach silnych odpowiedzialnych za podane wyżej reakcje.

Rozpraszanie  $\pi$ -nukleon może zachodzić poprzez uformowanie rezonansowego stanu pośredniego, tak jak pokazano to na Rysunku 1:



Rysunek 1: Rozpraszanie cząstki  $\pi$  na nukleonie. Amplituda jest proporcjonalna do współczynników Clebscha-Gordana opisujących złożenie cząstek stanu początkowego na stan pośredni, a następnie rozpad tego stanu pośredniego na stan końcowy.

Obliczyć stosunki przekrojów czynnych na podane wyżej reakcje przyjmując, że zachodzą one albo poprzez uformowanie rezonansu  $\Delta$  albo  $N^*$ .

**WSKAZÓWKA:** Mając dany stan początkowy w powyższych reakcjach, zastanowić się, jak wygląda amplituda prawdopodobieństwa otrzymania stanu pośredniego, a następnie otrzymania danego stanu końcowego. Przekrój czynny jest proporcjonalny do kwadratu amplitudy. Odpowiednie współczynniki Clebscha-Gordana proszę odczytać z tablic.