

# Mechanika Kwantowa III rok

zestaw 3 na dzień

18.10.2021. poniedziałek 14:15, sala A-2-07

19.10.2021. wtorek 14:15, sala A-2-01

1. Korzystając z metody przedstawionej na wykładzie, proszę obliczyć współczynnik Clebscha-Gordana

$$\left( \begin{array}{cc|c} 3/2 & 1 & 1/2 \\ 3/2 & -1 & 1/2 \end{array} \right).$$

2. System 2 cząstek o kręcie 1/2 opisywany jest hamiltonianem

$$H = A \frac{1}{\hbar} (S_z^{(1)} + S_z^{(2)}) + B \frac{1}{\hbar^2} \vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)}.$$

Znaleźć wszystkie poziomy energetyczne takiego systemu.

WSKAZÓWKA:

Przejsć do bazy całkowitego spinu  $\vec{S} = \vec{S}^{(1)} + \vec{S}^{(2)}$  i korzystając z faktu, że

$$\vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)} = \frac{1}{2} \left[ \vec{S}^2 - (\vec{S}^{(1)})^2 - (\vec{S}^{(2)})^2 \right]$$

znaleźć wartości własne  $\vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)}$ .

3. System złożony z 2 elektronów związanych w kryształ opisywany jest jedynie przez ich spiny. Hamiltonian oddziaływania ma postać

$$H = -J(\sigma_x^{(1)}\sigma_x^{(2)} + \sigma_y^{(1)}\sigma_y^{(2)})$$

gdzie  $\sigma_i^{(1,2)}$  są macierzami Pauliego, które związane są z operatorami połówkowego spinu  $\vec{s}^{(1,2)} = \hbar/2 \vec{\sigma}^{(1,2)}$ . Ile poziomów energetycznych ma ten system? Znaleźć odpowiadające im energie i degeneracje.

Opisany wyżej system zostaje umieszczony w polu magnetycznym  $\vec{B}$  skierowanym wzdłuż osi  $z$ . Hamiltonian oddziaływania ma teraz postać

$$H = -J(\sigma_x^{(1)}\sigma_x^{(2)} + \sigma_y^{(1)}\sigma_y^{(2)}) - \vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

gdzie moment magnetyczny układu obu elektronów dany jest wzorem

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{mc} \vec{s} = -\frac{e}{mc} (\vec{s}^{(1)} + \vec{s}^{(2)})$$

gdzie  $-e$  i  $m$  są odpowiednio ładunkiem i masą elektronu. Jak zmieniają się poziomy energetyczne układu w funkcji  $B_z$ ?