

# Mechanika Kwantowa - kurs duży

zestaw 13

8.6.2021. wtorek - grupa 2

9.6.2021. środa - grupa 1

Suma punktów 21. Oceny<sup>1</sup>:

[0 – 11] - 2, (11 – 13] - 3, (13 – 15] - 3.5, (15 – 17] - 4, (17 – 19] - 4.5, (19– 21] - 5

1. (4 pkt.) Hamiltonian atomu wodoru tak na prawdę jest sumą hamiltonianu opisującego ruch protonu o masie  $M$  i elektronu o masie  $m$

$$H = \frac{\mathbf{p}_1^2}{2M} + \frac{\mathbf{p}_2^2}{2m} + V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|),$$

z oddziaływaniem, gdzie potencjał zależy odległości proton-elektron. Przepisać hamiltonian  $H$  w zmiennych  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  oraz  $\mathbf{R} = \frac{1}{M+m}(M\mathbf{r}_1 + m\mathbf{r}_2)$  (współrzędna środka masy). Zbadać granice  $M \rightarrow \infty$  oraz  $M = m$ .

2. (2 pkt.) „Kwark” o masie równej  $1/3$  masy protonu jest uwięziony jest w nieskończonej kubicznej studni potencjału

$$\psi \neq 0 \text{ dla } 0 \leq x, y, z \leq L$$

o rozmiarze  $L = 2$  fm. Obliczyć energię wzbudzenia (różnicę między energią stanu podstawowego i stanu wzbudzonego) dla pierwszego stanu wzbudzonego i podać jej wartość numeryczną w MeV.

3. (3 pkt.) Obliczyć średnie  $1/r$  i średnie  $r$  dla pierwszego wzbudzonego stanu atomu wodoru.
4. (7 pkt.) Atom wodoru znajdujący się w pierwszym stanie wzbudzonym poddany jest zaburzeniu

$$V' = f(r)xy$$

gdzie  $f(r)$  jest nieosobliwą, znikającą w nieskończoności funkcją promienia  $r$ . Obliczyć w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń poprawkę do energii i przedyskutować ewentualne zniesienie degeneracji.

## WSKAZÓWKA

Zastosować wzory dla zdegenerowanego rachunku zaburzeń. Zmienne  $x$  oraz  $y$  wyrazić we współrzędnych sferycznych.

---

<sup>1</sup>( $x$  lub  $x$ ) oznacza bez  $x$ , [ $x$  lub  $x$ ] oznacza łącznie z  $x$ .

5. (5 pkt.) W atomie mionowym elektron zastąpiony jest przez mion (cząstkę  $\mu$  o masie  $m_\mu \simeq 207m_e$ ). W związku z tym promień Bohra, który dla elektronu wynosi  $a_e = 52917$  fm zmniejsza się do  $a_\mu = 256$  fm, która to wielkość jest zbliżona do rozmiarów jąder. Szacuje się, że promień protonu jest w przybliżeniu około 0.85 fm, ale już promień uranu sięga 11.7 fm. Dlatego dla atomów mionowych załamuje się przybliżenie, w którym jądro traktuje się jako punktowe. Można to uwzględnić przyjmując następujący potencjał uwzględniający rozkład przestrzenny ładunku jądra:

$$V(r) = \begin{cases} -\frac{Ze^2}{r} & \text{dla } r \geq R \\ -\frac{Ze^2}{R} \left( \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \frac{r^2}{R^2} \right) & \text{dla } r \leq R \end{cases}$$

gdzie  $R$  jest parametrem rzędu 1 fm. Traktując

$$H' = V(r) + \frac{Ze^2}{r}$$

jako zaburzenie, obliczyć poprawkę do energii mionowego atomu wodoru dla stanu podstawowego i podać jej wartość w eV.

WSKAZÓWKA

Ponieważ ciągle  $R \ll a_\mu$  co pozwala przybliżyć  $e^{-r/a_\mu} \simeq 1$  w całce po  $dr$ .