

Mechanika Kwantowa - kurs duży

zestaw 10

18.5.2021. wtorek - grupa 2

19.5.2021. środa - grupa 1

Suma punktów 21. Oceny¹:

[0 – 11] - 2, (11 – 13] - 3, (13 – 15] - 3.5, (15 – 17] - 4, (17 – 19] - 4.5, (19– 21] - 5

- (pkt. 5) Dla potencjału $V(x) = k|x|$ oszacować energię stanu podstawowego i pierwszego stanu wzbudzonego metodą WKB. Porównać otrzymany wynik z dyskutowanymi w poprzednim zestawie wynikami otrzymanymi dokładnie i metodą wariacyjną.
- (pkt. 4) Energię poziomu podstawowego w potencjale $k|x|$ można także oszacować w rachunku zaburzeń przy pomocy następującego triku. Do hamiltonianu dodajmy i odejmijmy potencjał oscylatora harmonicznego o nieznannej częstotliwości ω

$$H = \frac{p^2}{2m} + k|x| = H_{\text{osc}} + k|x| - \frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

i potraktujmy dodatkowy człon $H' = k|x| - m\omega^2x^2/2$ jako zaburzenie. Należy obliczyć pierwszą poprawkę do energii i tak dobrać częstotliwość ω aby była ona równa zero. Wówczas szukana energia jest w przybliżeniu równa energii stanu podstawowego oscylatora o tej właśnie częstotliwości. Porównać otrzymany wynik z wynikiem dokładnym i wynikami otrzymanymi metodami wariacyjną i WKB.

Wskazówka

Aby obliczyć wspomnianą poprawkę wygodnie posłużyć się jawną postacią unormowanej funkcji własnej oscylatora harmonicznego (wykład 5, równanie (7.30)) i wykonać odpowiednie całki.

- (pkt. 4) Cząstka o energii $0 < E < V_0$ przechodzi przez barierę potencjału

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < -a \\ V_0(1 - x^2/a^2) & \text{dla } -a < x < a \\ 0 & \text{dla } a < x \end{cases}, \quad a > 0.$$

Obliczyć współczynnik przejścia przez barierę.

- (pkt. 6) Obliczyć we współrzędnych sferycznych (r, θ, φ) składowe operatora krętu:

$$\begin{aligned}\hat{L}_x &= -i\hbar \left(y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y} \right), \\ \hat{L}_y &= -i\hbar \left(z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z} \right), \\ \hat{L}_z &= -i\hbar \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right).\end{aligned}$$

¹(x lub x) oznacza bez x , [x lub x] oznacza łącznie z x .

oraz

$$\hat{L}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2.$$

5. (pkt. 2) Korzystając z wyprowadzonego powyżej wzoru na \hat{L}_z obliczyć komutator

$$[\varphi, \hat{L}_z].$$

Napisać zasadę nieoznaczoności dla tych dwóch obserwabli i zinterpretować wynik.