Mechanika Kwantowa - kurs duży

zestaw 6

13.4.2021. wtorek - grupa 2
14.4.2021. środa - grupa 1

Suma punktów 20. Oceny[1]:
[0 – 10] - 2, (10 – 12] - 3, (12 – 14] - 3.5, (14 – 16] - 4, (16 – 18] - 4.5, (18– 20] - 5

1. (3 pkt.) Korzystając z podanego na wykładzie wzoru na wielomiany Hermite'a
$$H_n(\xi) = (-)^n e^{\xi^2} \frac{\partial^n}{\partial \xi^n} e^{-\xi^2}$$
obliczyć pierwszych sześć wielomianów i zrobić wykresy dla pierwszych sześciu unormowanych funkcji falowych oscylatora harmonicznego (wygodnie jest zrobić wykresy w zmiennej ξ).

2. (4 pkt.) Skonstruować stan własny operatora anihilacji (nazywany stanem koherentnym lub kwaziklasyczym):
$$\hat{a}\,|z\rangle = z\,|z\rangle\,, \tag{1}$$
gdzie z jest liczbą zespoloną. W tym celu rozwinąć $|z\rangle$ w bazie stanów własnych oscylatora harmonicznego $|n\rangle$
$$|z\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(z)\,|n\rangle\,,$$
znaleźć i rozwiązać rekurencję dla współczynników tego rozwinięcia. Czy istnieje stan własny operatora $\hat{a}^\dagger$?

3. (3 pkt.) Czy stany koherentne są ortogonalne? W tym celu obliczyć
$$\langle z'\,|z\rangle = ?$$
Przyjmując $z' = z$ wyliczyć normalizację stanu koherentnego.

4. (5 pkt.) Wykazać, że stany koherentne stanowią układ zupełny. W tym celu udowodnić, że
$$\frac{1}{\pi}\int d^2z\;|z\rangle\,\langle z|$$
jest operatorem jednostkowym.

5. (5 pkt.) Wyliczyć średnie $\hat{x}$ i $\hat{p}$ w znormalizowanym stanie $|z\rangle$ i średnie odchylenia kwadratowe. Sprawdzić zasadę nieoznaczoności. W tym celu rozłożyć operatory położenia i pędu na operatory kreacji i anihilacji i skorzystać z równania (1) oraz równania sprzężonego do (1) po hermitowsku.

---

[1] $(x$ lub $x)$ oznacza bez x, $[x$ lub $x]$ oznacza łącznie z x.