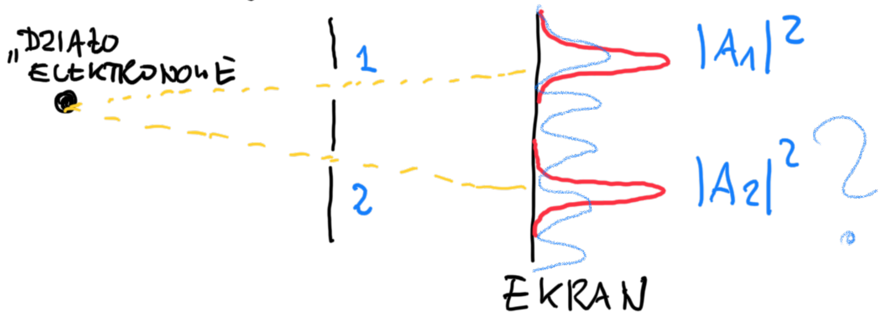
# MECHANIKA KWANTOWA – 1    2.3.2021

Doświadczalne „korzenie" MK
- promieniowanie ciała dosk. czarnego → Planck
- efekt fotoelektryczny → fale elem. zachowują się jak cząstki · porcja energii
- efekt Comptona

Stała Plancka: $h = 6.626\ldots \times 10^{-34}$ J·s
$\times 10^{-27}$ erg·s

1 kg cukru podniesiony na wys. 1 m w czasie 1 sek.
$S = 0.1$ J·s

CZY CZĄSTKI MOGĄ ZACHOWYWAĆ SIĘ JAK FALE ?




- MK ma charakter probabilistyczny
- Prawd. jest dane jako kwadrat amplitudy prawd. a amplituda jest dana jako suma ampl. odpowiadających możliwym zdarzeniom

$$P(x) = |A(x)|^2 \qquad A(x) = A_1(x) + A_2(x)$$

$$= |A_1(x)|^2 + |A_2(x)|^2 + A_1^*(x)A_2(x) + A_1(x)A_2^*(x)$$

$$= P_1(x) + P_2(x) + I(x)$$

$$A_{1,2}(x) = \sqrt{P_{1,2}(x)}\, e^{i\varphi_{1,2}(x)}$$

$$I(x) = \sqrt{P_1(x)P_2(x)}\left(e^{-i\varphi_1 + i\varphi_2} + \right.$$

$$I(x) = 2\sqrt{P_1(x)P_2(x)}\,\cos\big(\underbrace{\varphi_1(x)-\varphi_2(x)}\big) \qquad \big(\ldots + e^{i\varphi_1 - i\varphi_2}\big)$$

trzeba wiedzieć jak te fazy zależą od x?

Dobre założenie : $\varphi_1(x) - \varphi_2(x) = \underline{\underline{\alpha}} \cdot x$

$P_1(x) \to$ ⋂

**Elektron dociera do ekranu wszystkimi możliwymi trajektoriami.**

Jak to sformalizować? (Feynman)

Mechanika klasyczna:
R. ruchu na trajektorię klasyczną dostajemy z zasady $\delta S = 0$

$$S[x] = \int_{t_1}^{t_2} dt\, \mathcal{L}(\dot{x}, x, t) \qquad x(t),\ \dot{x}(t)$$

$$x(t) = \bar{x}(t) + y(t) \qquad y(t_1) = y(t_2) = 0$$

$$\bar{x}(t_1) = x_1 \qquad \bar{x}(t_2) = x_2$$

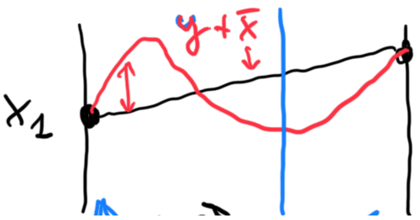
$$\delta S = S[\bar{x}+y] - S[\bar{x}]$$

$$\Downarrow \quad \boxed{-\frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 0}$$

$$\swarrow$$

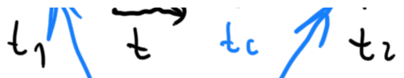
$$\bar{x}(t) \qquad S_{cl} = S[\bar{x}]$$

Kwantowo:




Feynman:

Amplituda prawd. jest sumą amplitud po wszystkich trajektoriach




z pewną wagą.

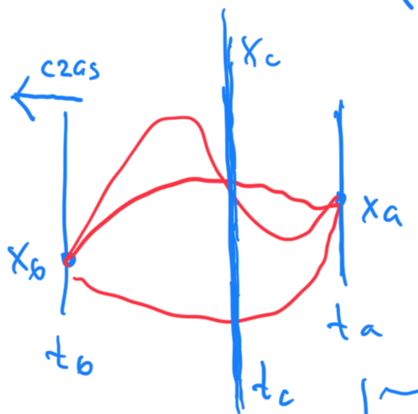
$\psi(x,t)$ – Ampl. prawd.

$$\psi(\underset{\substack{\| \\ x_b}}{x_2},\underset{\substack{\| \\ t_b}}{t_2}) = \int \sum_{\substack{\text{traj} \\ \text{od } x_1 \to x_2}} e^{\frac{i}{\hbar} S[x_1 \to x_2]} \, \psi(\underset{\substack{\| \\ x_a}}{x_1},\underset{\substack{\| \\ t_a}}{t_1}) \, dx_1$$

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$

WZÓR FEYNMANA

PROPAGATOR: $K(\underbrace{x_b,t_b}_{b} : \underbrace{x_a,t_a}_{a}) = \sum\limits_{\substack{\text{traj} \\ \text{od } x_a \to x_b}} e^{\frac{i}{\hbar} S[x_a \to x_b]}$




$K(b,a)$

$$\psi(b) = \int dx_a \, K(b,a) \, \psi(a)$$

$$\boxed{K(b,a) = \int dx_c \, K(b,c) K(c,a)}$$

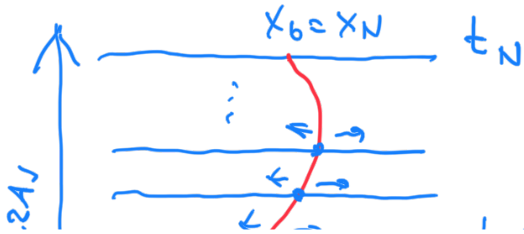
Szczeliny

$$K(b,a) = \int_{x_2-\delta}^{x_2+\delta} dx_c \, K(b,c) K(c,a) + \int_{x_1-\delta}^{x_1+\delta} dx_c \, K(b,c) K(c,a)$$

$K = K_1 + K_2$

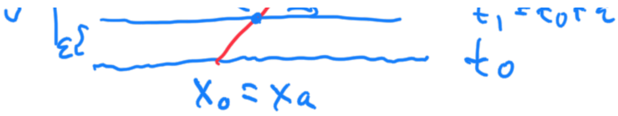
## SZUKAMY RÓWNANIA NA $\psi$

Dyskretyzacja:




$$K(b,a) = \int dx_{N-1} \int dx_{N-2} \cdots \int dx_1 \, e^{\frac{i}{\hbar} S[x_0, x_1, x_2 \dots x_N]}$$

$\varepsilon \to 0 \quad N \to \infty$




$$N \cdot \varepsilon = t_b - t_a = T$$

$$S[x] = \int_{t_1}^{t_2} dt\, L(\dot{x}, x, t) = \varepsilon\, L\left(\frac{x_2 - x_1}{\varepsilon}, \frac{x_1 + x_2}{2}\right) =$$

$$t_2 = t_1 + \varepsilon$$

$$= \varepsilon L_{21}$$