

Mechanika Kwantowa III rok  
zestaw 13 na dzień 26.1.2015. poniedziałek 14:15  
sala A-2-01 nowy kampus

1. Poziomy Landaua. Rozważyć ruch cząstki naładowanej w stałym polu magnetycznym  $B$  skierowanym wzdłuż osi  $z$ . W tym celu należy skonstruować hamiltonian korzystając ze znanego uogólnienia z mechaniki klasycznej  $\vec{p} \rightarrow \left(\vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}\right)$  i wybrać  $\vec{A} = \frac{1}{2}(-By, Bx, 0)$ .

Wskazówka: potraktować człon liniowy w  $B$  jako zaburzenie i wyrazić go przy pomocy operatorów kreacji i anihilacji. Znaleźć poprawkę do energii w pierwszym rzędzie dla trzech pierwszych poziomów  $n = 0, 1, 2$  i spróbować uogólnić dla dowolnego  $n$ .

2. Hamiltonian opisujący cząstkę o spinie 1 ma postać

$$H = A\frac{1}{\hbar}s_z + 2C\frac{1}{\hbar^2}s_x^2,$$

gdzie  $A$  i  $C$  są dowolnymi stałymi. Znaleźć poziomy energetyczne i funkcje falowe. W chwili  $t = 0$  cząstka jest w stanie własnym  $s_z$  do wartości własnej  $+\hbar$ . Obliczyć wartość oczekiwaną operatora spinu  $\vec{s} = (s_x, s_y, s_z)$  w chwili  $t$ . Wylczyć, prawdopodobieństwo, że w chwili  $t$  układ jest w stanie o  $s_z = 1, 0$  lub  $-1$ .

Wskazówka: Należy stan  $|\psi(t)\rangle$  rozłożyć na stany własne energii. Zależność od czasu każdego z tych stanów jest znana z r. Schrodingera. Z warunku początkowego należy wyznaczyć współczynniki tego rozkładu.

3. Jednowymiarowy oscylator harmoniczny o częstości  $\omega$  znajduje się w stanie podstawowym. W chwili  $t = 0$  zostaje włączone zaburzenie

$$H'(t) = \gamma\hat{x}e^{-t/T}$$

gdzie  $\gamma$  jest tzw. stałą sprzężenia. Obliczyć w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń prawdopodobieństwo przejścia do pierwszego stanu wzbudzonego w chwili  $t \rightarrow \infty$ .

WSKAZÓWKA

$$\hat{a} = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\hat{x} + i\sqrt{\frac{1}{2m\omega\hbar}}\hat{p}.$$