Mechanika Kwantowa III rok

zestaw 12 na dzień 19.1.2015. poniedziałek 14:15

sala A-2-01 nowy kampus

1. Dla oscylatora harmonicznego obliczyć w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń poprawkę relatywistyczną rzędu $1/c^2$. W tym celu należy zauważyć, że relatywistyczna energia kinetyczna dana jest wzorem
$$T = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} - mc^2.$$
Rozwijając ten wzór w potęgi $1/c$ otrzymujemy znaną nam nierelatywistyczną energię kinetyczną $p^2/2m$ plus poprawki.

2. Poziomy Landaua. Rozważyć ruch cząstki naładowanej w stałym polu magnetycznym B skierowanym wzdłuż osi z. W tym celu należy skonstruować hamiltonian korzystając ze znanego uogólnienia z mechaniki klasycznej $\vec{p} \to \left(\vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}\right)$ i wybrać $\vec{A} = (-By, 0, 0)$, a następnie rozwiązać r. Schrödingera (Landau, Lifszic par.112) i znaleźć poziomy energetyczne takiego układu. Przedyskutować degeneracje uzyskanych poziomów.

3. Rozwiązać poprzednie zadanie wybierając $\vec{A} = \frac{1}{2}(-By, Bx, 0)$.

   Wskazówka: potraktować człon liniowy w B jako zaburzenie i wyrazić go przy pomocy operatorów kreacji i anihilacji. Znaleźć poprawkę do energii w pierwszym rzędzie dla trzech pierwszych poziomów $n = 0, 1, 2$ i spróbować uogólnić dla dowolnego n.

4. Hamiltonian opisujący cząstkę o spinie 1 ma postać
$$H = A\frac{1}{\hbar}s_z + 2C\frac{1}{\hbar^2}s_x^2,$$
gdzie A i C są dowolnymi stałymi. Znaleźć poziomy energetyczne i funkcje falowe. W chwili $t = 0$ cząstka jest w stanie własnym s_z do wartości własnej $+\hbar$. Obliczyć wartość oczekiwaną operatora spinu $\vec{s} = (s_x, s_y, s_z)$ w chwili t. Wyliczyć, prawdopodobieństwo, że w chwili t układ jest w stanie o $s_z = 1, 0$ lub -1.

   Wskazówka: Należy stan $|\psi(t)\rangle$ rozłożyć na stany własne energii. Zależność od czasu każdego z tych stanów jest znana z r. Schroedingera. Z warunku poczatkwego należy wyznaczyć współczynniki tego rozkładu.