

Mechanika Kwantowa III rok
zestaw 11 na dzień 12.1.2015. poniedziałek 14:15
sala A-2-01 nowy kampus

1. Dla potencjału

$$V(x) = k|x|$$

oszacować energię stanu podstawowego metodą wariacyjną. Jako funkcję próbną przyjąć

$$\psi(x) = A \exp(-\lambda x^2).$$

Rozwiązać ten problem dokładnie (numerycznie) i prównać otrzymane wyniki.

Uwaga: w celu otrzymania dokładnego rozwiązania skorzystać z własności funkcji Airy (Abramowitz, Stegun, Handbook of Mathematical Functions, także Mathematica).

2. Dla oscylatora harmonicznego obliczyć w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń poprawkę relatywistyczną rzędu $1/c^2$. W tym celu należy zauważyć, że relatywistyczna energia kinetyczna dana jest wzorem

$$T = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} - mc^2.$$

Rozwijając ten wzór w potęgę $1/c$ otrzymujemy znaną nam nierelatywistyczną energię kinetyczną $p^2/2m$ plus poprawki.

3. Poziomy Landaua. Rozważyć ruch cząstki naładowanej w stałym polu magnetycznym B skierowanym wzdłuż osi z . W tym celu należy skonstruować hamiltonian korzystając ze znanego uogólnienia z mechaniki klasycznej $\vec{p} \rightarrow \left(\vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}\right)$ i wybrać $\vec{A} = (-By, 0, 0)$, a następnie rozwiązać r. Schrödingera (Landau, Lifszic par.112) i znaleźć poziomy energetyczne takiego układu. Przedyskutować degeneracje uzyskanych poziomów.
4. Rozwiązać poprzednie zadanie wybierając $\vec{A} = \frac{1}{2}(-By, Bx, 0)$.

Wskazówka: potraktować człon liniowy w B jako zaburzenie i wyrazić go przy pomocy operatorów kreacji i anihilacji. Znaleźć poprawkę do energii w pierwszym rzędzie dla trzech pierwszych poziomów $n = 0, 1, 2$ i spróbować uogólnić dla dowolnego n .