Mechanika Kwantowa III rok

zestaw 10 na dzień 15.12.2014. poniedziałek 14:15

sala A-2-01 nowy kampus

1. Oscylator harmoniczny jest poddany zaburzeniu

$$\hat{H}' = \varepsilon \left(\frac{x}{l}\right)^4,$$

gdzie

$$l = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}.$$

Wyliczyć poprawki do energii od $\hat{H}'$ w pierwszym i drugim rzędzie rachunku zaburzeń.

2. Dwuwymiarowy oscylator harmoniczny

$$\hat{H}_{osc} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + \frac{\hat{p}_y^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 y^2$$

został poddany zaburzeniu

$$V(x, y) = \varepsilon \left(\frac{x}{l}\right)\left(\frac{y}{l}\right)$$

gdzie l jest zdefiniowane jak poprzednio (zad. 1). Wyliczyć poprawkę do energii w pierwszym rzędzie zaburzeń rachunku dla trzech pierwszych poziomów.

Uwaga: system taki jest zdegenerowany: wyliczyć degenerację poszczególnych poziomów, zastosować wzory dla zdegenerowanego rachunku zaburzeń dla trzech pierwszych poziomów. Wyrazić x i y przez operatory kreacji i anihilacji: $\hat{a}_x$, $\hat{a}_x^\dagger$, $\hat{a}_y$, $\hat{a}_y^\dagger$, które osobno dla x i dla y spełniają standardowe reguły komutacji, natomiast operatory $\hat{a}_x^{(\dagger)}, \hat{a}_y^{(\dagger)}$ komutują między sobą.

3. Dla potencjału

$$V(x) = k\,|x|$$

oszacować energię stanu podstawowego metodą wariacyjną. Jako funkcję próbną przyjąć

$$\psi(x) = A\exp(-\lambda x^2).$$

Rozwiązać ten problem dokładnie (numerycznie) i prównać otrzymane wyniki.

Uwaga: w celu otrzymania dokładnego rozwiązania skorzystać z własności funkcji Airy (Abramowitz, Stegun, Handbook of Mathematical Functions, także Mathematica).

4. Dla oscylatora harmonicznego obliczyć w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń poprawkę relatywistyczną rzędu $1/c^2$. W tym celu należy zauważyć, że relatywistyczna energia kinetyczna dana jest wzorem

$$T = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} - mc^2.$$

Rozwijając ten wzór w potęgi $1/c$ otrzymujemy znaną nam nierelatywistyczną energię kinetyczną $p^2/2m$ plus poprawki.