Mechanika Kwantowa III rok

zestaw 9 na dzień 8.12.2014. poniedziałek 14:15

sala A-2-01 nowy kampus

1. Przedyskutować efekt Starka w atomie wodoru dla $n = 2$ gdzie zaburzenie ma postać.
$$H' = eErn_z.$$
Wykazać, że energia zależy od jednego niezerowego elementu macierzowego
$$H'_{13} = h = eE \int d^3r \ \psi_1^* r n_z \psi_3,$$
gdzie
$$\begin{aligned} \psi_1 &= \psi^{n=2}_{l=0,m=0} = \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right) Y_0^0(\theta, \varphi), \\ \psi_3 &= \psi^{n=2}_{l=1,m=0} = \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{r}{a_0} \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right) Y_1^0(\theta, \varphi). \end{aligned}$$
Wyliczyć h.

2. Przedyskutować jakościowo efekt Starka dla $n = 3$ gdzie zaburzenie ma postać.
$$H' = eErn_z$$
Skorzystać z tw. Eckarta-Wignera w celu znalezienia niezerowych elementów macierzy H' która w bazie funkcji falowych stanu $n = 3$ jest macierzą 9×9. Znaleźć relacje między tymi elementami nie licząc całek radialnych. Funkcje falowe dla $n = 3$ są np. w podręczniku Dawydowa str. 145 lub w G.K. Woodgate „Struktura atomu” str.32. Wyliczyć poprawki do energii w funkcji 2 całek radialnych.

3. Oscylator harmoniczny jest poddany zaburzeniu
$$\hat{H}' = \varepsilon \left(\frac{x}{l}\right)^4,$$
gdzie
$$l = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}.$$
Wyliczyć poprawki do energii od $\hat{H}'$ w pierwszym i drugim rzędzie rachunku zaburzeń.

4. Dwuwymiarowy oscylator harmoniczny
$$\hat{H}_{osc} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 + \frac{\hat{p}_y^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 y^2$$

został poddany zaburzeniu

$$V(x,y) = \varepsilon \left(\frac{x}{l}\right)\left(\frac{y}{l}\right)$$

gdzie l jest zdefiniowane jak poprzednio (zad. 1). Wyliczyć poprawkę do energii w pierwszym rzędzie zaburzeń rachunku dla trzech pierwszych poziomów.

Uwaga: system taki jest zdegenerowany: wyliczyć degenerację poszczególnych poziomów, zastosować wzory dla zdegenerowanego rachunku zaburzeń dla trzech pierwszych poziomów. Wyrazić x i y przez operatory kreacji i anihilacji: $\hat{a}_x$, $\hat{a}_x^\dagger$, $\hat{a}_y$, $\hat{a}_y^\dagger$, które osobno dla x i dla y spełniają standardowe reguły komutacji, natomiast operatory $\hat{a}_x^{(\dagger)}, \hat{a}_y^{(\dagger)}$ komutują między sobą.