

Mechanika Kwantowa III rok
zestaw 6 na dzień 17.11.2014. poniedziałek 14:15
sala A-2-01 nowy kampus

1. Hamiltonian oddziaływania spinu ze stałym polem magnetycznym \vec{B} ma postać:

$$H = -\frac{e}{mc} \vec{B} \cdot \vec{S}.$$

Obliczyć zależność spionra χ od czasu rozwiązując zależne od czasu równanie Schroedingera. Uwaga: interesuje nas tylko ewolucja spinowych stopni swobody, dlatego pomijamy część kinetyczną w H .

Wyprowadzić z równania Schroedingera równanie na zależność czasową wektora polaryzacji $\vec{P}(t)$. Rozwiązać to równanie dla $\vec{B} \parallel z$.

2. Obliczyć współczynnik Clebscha-Gordana

$$\left(\begin{array}{cc|c} 3/2 & 1 & 1/2 \\ 3/2 & -1 & 1/2 \end{array} \right).$$

W tym celu konstruujemy najpierw stan

$$|5/2, 5/2\rangle = |3/2, 3/2\rangle |1, 1\rangle$$

a potem działamy na ten stan operatorem J_- . Otrzymujemy stan $|5/2, 3/2\rangle$ i następnie konstruujemy ortogonalny do niego stan $|3/2, 3/2\rangle$ stosując konwencję fazową Condon-Shortleya. Następnie znowu działamy operatorem J_- i powtarzamy całą operację aż znajdziemy szukany współczynnik CG. Przy konstrukcji stanów typu $|j, j\rangle$ warto skorzystać z własności $J_+ |j, j\rangle = 0$.

3. System 2 cząstek o kręcie 1/2 opisywany jest hamiltonianem

$$H = A \frac{1}{\hbar} (S_z^{(1)} + S_z^{(2)}) + B \frac{1}{\hbar^2} \vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)}.$$

Znaleźć wszystkie poziomy energetyczne takiego systemu.

WSKAZÓWKA:

Przejsć do bazy całkowitego spinu $\vec{S} = \vec{S}^{(1)} + \vec{S}^{(2)}$ i korzystając z faktu, że $\vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)} = \frac{1}{2} \left[\vec{S}^2 - \left(\vec{S}^{(1)} \right)^2 - \left(\vec{S}^{(2)} \right)^2 \right]$ znaleźć wartości własne $\vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)}$. Alternatywnie można rozpisać operator $\vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)}$ za pomocą składowych $S_{\pm,3}^{(1,2)}$ i skonstruować H jako macierz w przestrzeni $|1/2, m_1\rangle |1/2, m_2\rangle$ i następnie tę macierz zdiagnozować.