Mechanika Kwantowa III rok

zestaw 5 na dzień 3.11.2014. poniedziałek 14:15

sala A-2-01 nowy kampus

1. Obliczyć iloczyn
$$(\vec{a}\cdot\vec{\sigma})\ (\vec{b}\cdot\vec{\sigma}),$$
gdzie $\vec{a}$ i $\vec{b}$ są dowolnymi wektorami.

2. Korzystając ze wzoru de Moivre'a obliczyć tzw. małą macierz Wignera
$$d^{1/2}_{mm'}(\beta) = \langle 1/2, m|\, e^{-i\beta J_y/\hbar}\, |1/2, m'\rangle\,.$$

3. Elektron jest w stanie spinowym opisywanym spinorem $\chi = (\alpha, \beta)$ w standardowej reprezentacji, w której σ_z jest diagonalne. Jakie jest prawdopodobieństwo $P_y(1/2)$ uzyskania wyniku $\hbar/2$ przy pomiarze s_y?

4. Dla spinora z poprzedniego zadania, który ma postać:
$$\chi = \begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\theta/2\\ e^{i\phi}\sin\theta/2\end{pmatrix}$$
obliczyć tzw. wektor polaryzacji
$$\vec{P} = \langle\chi|\,\vec{S}\,|\chi\rangle = \chi^\dagger\vec{S}\chi,$$
gdzie $\vec{S}$ jest operatorem spinu. Wyrazić $\vec{P}$ jako funkcję kątów θ i ϕ.

5. Hamiltonian oddziaływania spinu ze stałym polem magnetycznym $\vec{B}$ ma postać:
$$H = -\frac{e}{mc}\vec{B}\cdot\vec{S}.$$
Obliczyć zależność spionra χ od czasu rozwiązując zależne od czasu równanie Schroedingera. Uwaga: intersuje nas tylko ewolucja spinowych stopni swobody, dlatego pomijamy część kinetyczną w H.

   Wyprowadzić z równania Schroedingera równanie na zależność czasową wektora polaryzacji $\vec{P}(t)$. Rozwiązać to równanie dla $\vec{B}\parallel z$.