

Mechanika Kwantowa III rok
zestaw 3 na dzień 20.10.2014. poniedziałek 14:15
sala A-2-01 nowy kampus

1. Korzystając z podanych na wykładzie reguł działania operatorów J_{\pm}

$$J_{\pm} |j, m\rangle = \hbar \sqrt{j(j+1) - m(m \pm 1)} |j, m \pm 1\rangle$$

skonstruować reprezentację macierzową operatorów krętu dla $j = 1$. Otrzymane macierze różnią się od tych z zad. 5. z poprzedniego zestawu. Znaleźć transformację unitarną łączącą macierze z obu zadań.

2. Macierz obrotu wokół osi z ma postać

$$R_z(\phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Zapisać w analogiczny sposób macierz obrotu wokół osi x i y . Rozwinąć następnie te macierze w szereg dla małych kątów obrotu i wyznaczyć w ten sposób generatory grupy obrotów.

3. Obliczyć złożenie obrotów wokół osi x i y w dwóch różnych kolejnościach rozwijając macierze obrotu do drugiego rzędu i obliczyć różnicę. Powiązać otrzymany wynik z regułami komutacji operatorów krętu.
4. Zadanie 4 z poprzedniego zestawu.
5. Obliczyć antykomutator macierzy Pauliego: $\{\sigma_i, \sigma_j\} = \sigma_i \sigma_j + \sigma_j \sigma_i$.
6. Obliczyć iloczyn

$$(\vec{a} \cdot \vec{\sigma})(\vec{b} \cdot \vec{\sigma}),$$

gdzie \vec{a} i \vec{b} są dowolnymi wektorami.

7. Korzystając ze wzoru de Moivre'a obliczyć tzw. małą macierz Wignera

$$d_{mm'}^{1/2}(\beta) = \langle 1/2, m | e^{-i\beta J_y/\hbar} | 1/2, m' \rangle$$