Mechanika Kwantowa III rok

zestaw 2 na dzień 13.10.2014. poniedziałek 14:15

sala A-2-01 nowy kampus

1. Korzystając z wyników zad 1. z poprzedniego zestawu znaleźć poziomy energetyczne nieskończonej radialnej studni potencjału:

$$V(r) = \begin{cases} 0 & r \leq R \\ \infty & R < r \end{cases}.$$

   Uwaga, rozwiązania dla kilku najniższych poziomów proszę znaleźć numerycznie.

2. Cząstka o masie m porusza sę w potencjale centralnym

$$V(r) = C\ln(r/r_0).$$

   - Wykazać, że wszystkie stany własne zcharakteryzowane są tą samą średnią prędkością. Wyliczyć tę prędkość.
   - Wykazać, że odległości pomiędzy poziomami są niezależne od wartości masy m.

3. Przypomnienie. Operatory momentu pędu zdefiniowane są jako

$$\hat{L}_i = (\hat{r} \times \hat{p})_i \text{ gdzie } i = 1, 2, 3 \text{ (lub alternatywnie } x, y, z)$$

   Wyliczyć komutator

$$\left[\hat{L}_i, \hat{L}_j\right].$$

   Operator Casimra zdefiniowany jest jako suma kwadratów

$$\hat{L}^2 = \sum_{i=1}^{3} \hat{L}_i^2.$$

   Obliczyć komutator

$$\left[\hat{L}_i, \hat{L}^2\right].$$

4. Sprawdzić bezpośrednim rachunkiem, że macierze

$$T_i = \frac{\hbar}{2}\tau_i,$$

   gdzie τ_i są macierzami Pauliego spełniają reguły komutacji wyliczone dla operatorów $\hat{L}_i$ z poprzedniego zadania. Obliczyć operator Casimira $\sum \hat{T}_i^2$.

5. Powtórzyć obliczenia z zad. 4 dla macierzy

$$\left(\hat{J}_k\right)_{lm} = -i\hbar\varepsilon_{klm},$$

gdzie ε_{klm} jest całkowicie antysymetrycznym tensorem Levi-Civity. Proszę zwrócić uwagę, że indeks k w definicji $\hat{J}_k$ numeruje daną macierz 3×3, natomiast indeksy lm numerują wiersze i kolumny tej macierzy.

6. Korzystając z podanych na wykładzie reguł działania operatorów $J_\pm$

$$J_\pm \left|j,m\right\rangle = \hbar\sqrt{j(j+1)-m(m\pm1)}\left|j,m\pm1\right\rangle$$

skonstruować reprezentację macierzową operatorów krętu dla $j=1$. Otrzymane macierze różnią się od tych z poprzedniego zadania. Dlaczego?