GRUPA 2

Zadania (V) z mechaniki kwantowej na poniedziałek, 4 listopada 2013.

1. Wykorzystując tabele współczynników Clebscha-Gordana skonstruowac stan $|J, M >= |2, 0 >$ ze stanów $|1, m_1 > |1, m_2 >$. Sprawdzić bezpośrednim rachunkiem, że rzeczywiście jest to stan własny operatora $\hat{J}^2 = J_1^2 + J_2^2 + 2J_{1z}J_{2z} + J_{1+}J_{2-} + J_{1-}J_{2+}$ do wartości własnej J=2.
2a. Elektron jest w stanie spinowym opisywanym (w reprezentacji własnej σ_z) spinorem $\chi = (\alpha, \beta)$. Jakie jest prawdopodobieństwo $\mathcal{P}_y(1/2)$ usyskania wyniku $\hbar/2$ przy pomiarze s_y ?
2b.α i β są zespolone i spinor jest znormalizowany. Jak można wygodnie sparametryzować te współczynniki przez kąty? Wyrazić $\mathcal{P}_y(1/2)$ przez te kąty. Zinterpretować uzyskane wzory/kąty.

3. Elektron jest w stanie spinowym opisywanym (w reprezentacji własnej σ_z) spinorem

$$\chi = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta/2 \\ e^{i\phi}\sin\theta/2 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Obliczyć tzw. *wektor polaryzacji*

$$\vec{P} = \langle\chi|\vec{\hat{S}}|\chi\rangle = \chi^\dagger\vec{\hat{S}}\chi \quad (2)$$

jako funkcję powyższych kątów. Przedyskutować zależność prawdopodobieństwa $\mathcal{P}_y(1/2)$ z zad. 2a i wektora polaryzacji od tych kątów.

Zad. 4. Wyprowadzić z równania Schrödingera równanie na zależność od czasu wektora polaryzacji $\vec{P}(t)$. Wsk. Obliczyć $d/dt\ \vec{P}(t)$. Rozwiązać to równanie gdy $\vec{B}||Oz$ Uogólnić ten wynik dla dowolnej orientacji pola magnetycznego.

J. Wosiek