

Mechanika Kwantowa - kurs duży  
grupa I, zestaw 13  
20.1.2014. poniedziałek, godz. 14:15  
sala 001B

1. Oscylator harmoniczny znajdował się w dalekiej przeszłości w stanie  $|m\rangle$ . Obliczyć prawdopodobieństwo przejścia w dalekiej przyszłości do stanu  $|n\rangle$  pod wpływem jednorodnego pola siły

$$f(t) = \frac{f_0}{1 + \left(\frac{t}{t_0}\right)^2},$$

gdzie  $t_0$  jest ustalonym parametrem. Przedyskutować granicę przejścia naglego  $t_0 \rightarrow 0$  i adiabaticznego  $t_0 \rightarrow \infty$  (wykonać wykresy funkcji  $f(t)$  dla różnych wartości  $t_0$ ).

2. Wylczyć w przybliżeniu Borna różniczkowy przekrój czynny na rozpraszanie na potencjale Yukawy

$$V(r) = V_0 \frac{e^{-\mu r}}{\mu r}.$$

Zbadać granicę  $\mu \rightarrow 0$  ( $V_0/\mu = \text{const.} = ZZ'e^2$ ).

3. W chwili  $t = 0$  funkcja falowa atomu wodoru jest następującą kombinacją funkcji własnych energii

$$\psi(\vec{r}, 0) = \frac{1}{\sqrt{10}} \left( 2\psi_{0,0}^1(\vec{r}) + \psi_{1,0}^2(\vec{r}) + \sqrt{2}\psi_{1,1}^2(\vec{r}) + \sqrt{3}\psi_{1,-1}^2(\vec{r}) \right)$$

(w notacji  $\psi_{l,m}^n$ ).

- (a) Jak ten stan ewoluuje w czasie?  
(b) Obliczyć wartość oczekiwaną energii w tym stanie.  
(c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że w chwili  $t > 0$ , atom jest w stanie  $l = 1$  i  $m = 1$  ( $n$  dowolne).  
(d) Jakie jest prawdopodobieństwo znalezienia w chwili  $t = 0$  elektronu w odległości mniejszej niż  $R = 10^{-10}$  cm od jądra. Odpowiednie całki po  $dr$  można przybliżyć używając rozwinięcia kwadratu funkcji falowej w parametrze  $R/a$ .
4. Udowodnić wzór:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \frac{\sin^2 \frac{\omega_{mk} \Delta t}{2}}{\frac{\omega_{mk}^2}{4}} = 2\pi \delta(\omega_{mk}).$$