

Mechanika Kwantowa - kurs duży
grupa I, zestaw 9
9.12.2013. poniedziałek, godz. 14:15
sala 001B

1. (Dla chętnych) Zadanie 2 z poprzedniego zestawu (nieskończona studnia potencjału z polem magnetycznym): proszę znaleźć dokładne rozwiązanie i porównać z rachunkiem zaburzeń.
2. Atom wodoru jest w stanie $2p_{1/2}$ ($n = 2, l = 1, s = 1/2, j = 1/2, j_3 = 1/2$). Całkowity moment pędu jest skierowany w górę osi z . Jakie jest prawdopodobieństwo, że elektron ma $s_z = -1/2$? Wyliczyć gęstość prawdopodobieństwa na kąty bryłowy, że elektron można znaleźć pod kątami ϑ, φ (niezależnie od r i spinu). Atom umieszczamy w polu magnetycznym $\vec{B} = (0, 0, B)$. Obliczyć energię oddziaływania z tym polem.
3. W atomie wodoru elektron oddziałuje z momentem magnetycznym powstałym na skutek względnego ruchu protonu i elektronu. Oddziaływanie to nosi nazwę „spin-orbita”. Traktując sprzężenie „spin-orbita” jako zaburzenie

$$\hat{H}_{\text{SO}} = \frac{e^2 \hbar^2}{2m_e^2 c^2} \frac{1}{r^3} \frac{1}{\hbar^2} \hat{L} \cdot \hat{S}$$

obliczyć poprawki do energii stanów $2s$ i $2p$. Podać numeryczną wartość poprawki w [eV] i w [cm^{-1}].

WSKAZÓWKA: Ponieważ oddziaływanie „spin-orbita” jest diagonalizowane przez f. falowe w bazie całkowitego krętu j , należy najpierw skonstruować takie funkcje, a potem policzyć odpowiednie elementy macierzowe.

$$\begin{aligned}\psi_{l=0,m=0}^{n=2} &= \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-\frac{r}{2a_0}} Y_{l=0}^{m=0}(\theta, \varphi) = R_{20}(r) Y_{l=0}^{m=0}(\theta, \varphi), \\ \psi_{l=1,m}^{n=2} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \frac{r}{a_0} e^{-\frac{r}{2a_0}} Y_{l=1}^m(\theta, \varphi) = R_{21}(r) Y_{l=1}^m(\theta, \varphi).\end{aligned}$$

4. Załóżmy, że elektron jest w stanie opisanym funkcją falową

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} (e^{i\varphi} \sin \theta + \cos \theta) g(r)$$

gdzie $g(r)$ jest unormowana

$$\int_0^\pi dr r^2 |g(r)|^2 = 1.$$

Jakie są możliwe wyniki pomiaru L_z elektronu w tym stanie? Z jakim prawdopodobieństwem otrzymamy każdy z tych wyników? Jaka jest wartość oczekiwana L_z ?