Mechanika Kwantowa - kurs duży

grupa I, zestaw 7

25.11.2013. poniedziałek, godz. 14:15

sala 001B

1. Rozważmy reakcje ropraszania cząstek π na nukleonie:

$$\begin{aligned} \pi^+ p &\rightarrow \pi^+ p \\ \pi^- p &\rightarrow \pi^- p \\ \pi^- p &\rightarrow \pi^0 n \end{aligned}$$

Cząstki π stanowią triplet izospinowy

$$\left|\pi^{\pm}\right\rangle = |1, \pm 1\rangle\,,\ \left|\pi^0\right\rangle = |1, 0\rangle$$

natomiast nukleon dublet

$$|p\rangle = \left|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle,\ |n\rangle = \left|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle.$$

Izospin jest liczbą kwantową o własościach – jeśli chodzi o składanie – takich jak moment pędu. Jest on zachowany w oddziaływaniach silnych odpowiedzialnych za podane wyżej reakcje. Stany numerujemy wartością t całkowitego izospinu i t_3:

$$|t, t_3\rangle\,.$$

Rozpraszanie π-nukleon może zachodzić porzez uformowanie stanu pośredniego zwanego rezonansem.

Może to być rezonans Δ:

$$\left|\Delta^{++}\right\rangle = \left|\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\rangle,\ \left|\Delta^{+}\right\rangle = \left|\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle,\ \left|\Delta^{0}\right\rangle = \left|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle,\ \left|\Delta^{-}\right\rangle = \left|\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\rangle$$

lub rezonans N^*

$$|p^*\rangle = \left|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle,\ |n^*\rangle = \left|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle.$$

Obliczyć stosunki przekrojów czynnych na podane wyżej reakcje przyjmując, że zachodzą one albo poprzez uformowanie rezonansu Δ albo N^*.

WSKAZÓWKA: Mając dany stan początkowy w powyższych reakcjach, zastanowić się, jak wygląda amplituda prawdopodobieństwa otrzymania stanu pośredniego, a następnie otrzymania danego stanu końcowego. Przekrój czynny jest proporcjonalny do kwadratu amplitudy. Odpowiednie współczynniki Clebscha-Gordana odczytać z tablic.

2. Hyperon Ω^- jest cząstką o spinie 3/2 i tzw. wewnętrznej parzystości +. Ω^- rozpada się na bezspinowy mezon K^- o wewnętrznej parzystości $-$ i hyperon Λ^0 o spinie 1/2 i wewnętrznej parzystości +:

$$\Omega^- \to K^- + \Lambda^0.$$

Jaką formę ma najogólniejszy rozkład kątowy mezonu K^- względem kierunku spinu Ω^- jeżeli spoczywający przed rozpadem hyperon Ω^- miał rzut spinu na oś z równy 3/2? Jakie ograniczenia na ten rozkład narzuca zachowanie parzystości?

WSKAZÓWKA:

Po pierwsze trzeba sobie odpowiedzieć na pytanie co to jest rozkład kątowy. W tym celu należy skonstruować f. falową mezonu K^- i podnieść ją do kwadratu. Funkcja ta składa się z części spinowej i kątowej (funkcja kulista) złożonych odpowiednio przy pomocy wsp. Clebscha-Goradana na stan $|3/2, 3/2\rangle$. Takich funkcji mamy dwie i pełna f. falowa jest ich sumą z pewnymi (nieznanymi) współczynnikami. Parzystość f. kulistej wynosi $(-)^l$ (dlaczego?). Jeżeli parzystość ma być zachowana to jeden z wymienionych wyżej współczynników musi się zerować. Za funkcje spinowe przyjąć unormowane wektory własne $\hat{S}_3$:

$$\chi^{1/2}_{s=1/2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \chi^{-1/2}_{s=1/2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

3. Korzystając z jawnej postaci funkcji kulistych wyliczyć następujące elementy macierzowe operatora wektora wodzącego $n_z = \cos\vartheta$:

$$\langle 1, 0|\, n_z\, |0, 0\rangle\,, \ \langle 2, 0|\, n_z\, |1, 0\rangle\,.$$

Porównać z ogólnymi wzorami podanymi na wykładzie.

4. Rozważmy nienaładowaną cząstkę o spinie 1/2, o momencie magnetycznym

$$\vec{\mu} = -2\mu_B \frac{1}{\hbar}\vec{S}$$

($\vec{S}$ jest operatorem spinu), która porusza się w nieskończonej studni potencjału $-L \leq x \leq L$. W części studni o $x \leq 0$ włączono pole magnetyczne skierowane wzdłuż osi z: $\vec{B}_I = (0, 0, B)$, zaś w drugiej części dla $x \geq 0$ pole skierowane wzdłuż osi x: $B_{II} = (B, 0, 0)$. Zakładając, że pole B jest słabe wyliczyć energie w rachunku zaburzeń.

WSKAZÓWKA: Najpierw trzeba wyliczyć poziomy i f. falowe bez pola. Przydatna całka

$$\int \sin^2 x\, dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x.$$