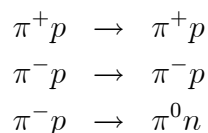


Mechanika Kwantowa - kurs duży
 grupa I, zestaw 7
 25.11.2013. poniedziałek, godz. 14:15
 sala 001B

1. Rozważmy reakcje ropraszania cząstek π na nukleonie:



Cząstki π stanowią triplet izospinowy

$$|\pi^\pm\rangle = |1, \pm 1\rangle, |\pi^0\rangle = |1, 0\rangle$$

natomiast nukleon dublet

$$|p\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, |n\rangle = \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle.$$

Izospin jest liczbą kwantową o własnościach – jeśli chodzi o składanie – takich jak moment pędu. Jest on zachowany w oddziaływaniach silnych odpowiedzialnych za podane wyżej reakcje. Stany numerujemy wartością t całkowitego izospinu i t_3 :

$$|t, t_3\rangle.$$

Rozpraszanie π -nukleon może zachodzić poprzez uformowanie stanu pośredniego zwanego rezonansem.

Może to być rezonans Δ :

$$|\Delta^{++}\rangle = \left| \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right\rangle, |\Delta^+\rangle = \left| \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, |\Delta^0\rangle = \left| \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle, |\Delta^-\rangle = \left| \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle$$

lub rezonans N^*

$$|p^*\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, |n^*\rangle = \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle.$$

Obliczyć stosunki przekrojów czynnych na podane wyżej reakcje przyjmując, że zachodzą one albo poprzez uformowanie rezonansu Δ albo N^* .

WSKAZÓWKA: Mając dany stan początkowy w powyższych reakcjach, zastanowić się, jak wygląda amplituda prawdopodobieństwa otrzymania stanu pośredniego, a następnie otrzymania danego stanu końcowego. Przekrój czynny jest proporcjonalny do kwadratu amplitudy. Odpowiednie współczynniki Clebscha-Gordana odczytać z tablic.

2. Hyperon Ω^- jest cząstką o spinie $3/2$ i tzw. wewnętrznej parzystości $+$. Ω^- rozpada się na bezspinowy mezon K^- o wewnętrznej parzystości $-$ i hyperon Λ^0 o spinie $1/2$ i wewnętrznej parzystości $+$:

$$\Omega^- \rightarrow K^- + \Lambda^0.$$

Jaką formę ma najogólniejszy rozkład kątowy mezonu K^- względem kierunku spinu Ω^- jeżeli spoczywający przed rozpadem hyperon Ω^- miał rzut spinu na oś z równy $3/2$? Jakie ograniczenia na ten rozkład narzuca zachowanie parzystości?

WSKAZÓWKA:

Po pierwsze trzeba sobie odpowiedzieć na pytanie co to jest rozkład kątowy. W tym celu należy skonstruować f. falową mezonu K^- i podnieść ją do kwadratu. Funkcja ta składa się z części spinowej i kątowej (funkcja kulista) złożonych odpowiednio przy pomocy wsp. Clebscha-Goradana na stan $|3/2, 3/2\rangle$. Takich funkcji mamy dwie i pełna f. falowa jest ich sumą z pewnymi (nieznanymi) współczynnikami. Parzystość f. kulistej wynosi $(-)^l$ (dlaczego?). Jeżeli parzystość ma być zachowana to jeden z wymienionych wyżej współczynników musi się zerować. Za funkcje spinowe przyjmując unormowane wektory własne \hat{S}_3 :

$$\chi_{s=1/2}^{1/2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \chi_{s=1/2}^{-1/2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

3. Korzystając z jawnej postaci funkcji kulistych wyliczyć następujące elementy macierzonego operatora wektora wodzącego $n_z = \cos \vartheta$:

$$\langle 1, 0 | n_z | 0, 0 \rangle, \quad \langle 2, 0 | n_z | 1, 0 \rangle.$$

Porównać z ogólnymi wzorami podanymi na wykładzie.

4. Rozważmy nienaładowaną cząstkę o spinie $1/2$, o momencie magnetycznym

$$\vec{\mu} = -2\mu_B \frac{1}{\hbar} \vec{S}$$

(\vec{S} jest operatorem spinu), która porusza się w nieskończonej studni potencjału $-L \leq x \leq L$. W części studni o $x \leq 0$ włączono pole magnetyczne skierowane wzdłuż osi z : $\vec{B}_I = (0, 0, B)$, zaś w drugiej części dla $x \geq 0$ pole skierowane wzdłuż osi x : $B_{II} = (B, 0, 0)$. Zakładając, że pole B jest słabe wyliczyć energie w rachunku zaburzeń.

WSKAZÓWKA: Najpierw trzeba wyliczyć poziomy i f. falowe bez pola. Przydatna całka

$$\int \sin^2 x \, dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \sin 2x.$$