

Mechanika Kwantowa - kurs duży
grupa I, zestaw 6
18.11.2013. poniedziałek, godz. 14:15
sala 001B

1. System 2 cząstek o kręcie 1/2 opisywany jest hamiltonianem

$$H = A \frac{1}{\hbar} (S_z^{(1)} + S_z^{(2)}) + B \frac{1}{\hbar^2} \vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)}.$$

Znaleźć wszystkie poziomy energetyczne takiego systemu.

WSKAZÓWKA:

Przejsć do bazy całkowitego spinu $\vec{S} = \vec{S}^{(1)} + \vec{S}^{(2)}$ i korzystając z faktu, że $\vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)} = \frac{1}{2} \left[\vec{S}^2 - \left(\vec{S}^{(1)} \right)^2 - \left(\vec{S}^{(2)} \right)^2 \right]$ znaleźć wartości własne $\vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)}$.

2. Proszę rozwiązać zadanie 1 konstruując w sposób jawny hamiltonian H jako macierz 4×4 i następnie przeprowadzając jej diagonalizację.
3. System złożony z 2 elektronów związanych w kryształ opisywany jest jedynie przez ich spiny. Hamiltonian oddziaływania ma postać

$$H = -J(\sigma_x^{(1)}\sigma_x^{(2)} + \sigma_y^{(1)}\sigma_y^{(2)})$$

gdzie $\sigma_i^{(1,2)}$ są macierzami Pauliego, które związane są z operatorami połówkowego spinu $\vec{s}^{(1,2)} = \hbar/2 \vec{\sigma}^{(1,2)}$. Ile poziomów energetycznych ma ten system? Znaleźć odpowiadające im energie i degeneracje.

Opisany wyżej system zostaje umieszczony w polu magnetycznym \vec{B} skierowanym wzdłuż osi z . Hamiltonian oddziaływania ma teraz postać

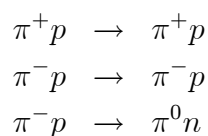
$$H = -J(\sigma_x^{(1)}\sigma_x^{(2)} + \sigma_y^{(1)}\sigma_y^{(2)}) - \vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

gdzie moment magnetyczny układu obu elektronów dany jest wzorem

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{mc} \vec{s} = -\frac{e}{mc} (\vec{s}^{(1)} + \vec{s}^{(2)})$$

gdzie $-e$ i m są odpowiednio ładunkiem i masą elektronu. Jak zmieniają się poziomy energetyczne układu w funkcji B_z ?

4. Rozważmy reakcje ropraszania cząstek π na nukleonie:



Cząstki π stanowią triplet izospinowy

$$|\pi^\pm\rangle = |1, \pm 1\rangle, \quad |\pi^0\rangle = |1, 0\rangle$$

natomiast nukleon dublet

$$|p\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, \quad |n\rangle = \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle.$$

Izospin jest liczbą kwantową o własnościach – jeśli chodzi o składanie – takich jak moment pędu. Jest on zachowany w oddziaływaniach silnych odpowiedzialnych za podane wyżej reakcje. Stany numerujemy wartością t całkowitego izospinu i t_3 :

$$|t, t_3\rangle.$$

Rozpraszanie π -nukleon może zachodzić poprzez uformowanie stanu pośredniego zwanego rezonansem.

Może to być rezonans Δ :

$$|\Delta^{++}\rangle = \left| \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right\rangle, \quad |\Delta^+\rangle = \left| \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, \quad |\Delta^0\rangle = \left| \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle, \quad |\Delta^-\rangle = \left| \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle$$

lub rezonans N^*

$$|p^*\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, \quad |n^*\rangle = \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle.$$

Obliczyć stosunki przekrojów czynnych na podane wyżej reakcje przyjmując, że zachodzą one albo poprzez uformowanie rezonansu Δ albo N^* .

WSKAZÓWKA: Mając dany stan początkowy w powyższych reakcjach, zastanowić się, jak wygląda amplituda prawdopodobieństwa otrzymania stanu pośredniego, a następnie otrzymania danego stanu końcowego. Przekrój czynny jest proporcjonalny do kwadratu amplitudy. Odpowiednie współczynniki Clebscha-Gordana odczytać z tablic.