

Mechanika Kwantowa - kurs duży
grupa I, zestaw 2
14.10.2013. poniedziałek, godz. 14:45 (wyjątkowo)
sala 001B

W dniu 14.10.2013. ćwiczenia wyjątkowo rozpoczną się o godz. 14:45. Przed ćwiczeniami nie będzie kolokwium.

1. Sprawdzić bezpośrednim rachunkiem, że macierze

$$T_i = \frac{\hbar}{2} \tau_i,$$

gdzie τ_i są macierzami Pauliego spełniającymi reguły komutacji wyliczone dla operatorów \hat{L}_i z poprzedniego zadania. Obliczyć operator Casimira $\sum \hat{T}_i^2$.

2. Powtórzyć obliczenia z zad. 1 dla macierzy

$$\left(\hat{J}_k \right)_{lm} = -i\hbar \varepsilon_{klm},$$

gdzie ε_{klm} jest całkowicie antysymetrycznym tensorem Levi-Civity. Proszę zwrócić uwagę, że indeks k w definicji \hat{J}_k numeruje daną macierz 3×3 , natomiast indeksy lm numerują wiersze i kolumny tej macierzy.

3. Zdiagonalizować macierz $\left(\hat{J}_3 \right)_{lm}$ z poprzedniego zadania, znaleźć macierz diagonalizującą i wyliczyć pozostałe operatory \hat{J} w tej nowej bazie.
4. Korzystając ze wzorów na działanie \hat{J}_\pm znaleźć reprezentację macierzową operatorów krętu dla $j = 3/2$.
5. We współrzędnych sferycznych operator $\hat{L}_z = -i\hbar \partial/\partial\varphi$, gdzie φ jest kątem azymutalnym. Jest to analogiczna postać, jak dla operatora pędu w jednym wymiarze (trzeba zastąpić φ przez x), co sugeruje, że dla średniego odchylenia kwadratowego $\langle \Delta \hat{L}_z^2 \rangle$ i $\langle \Delta \varphi^2 \rangle$ zachodzi relacja nieoznaczoności. Jednakże nieoznaczoność kąta φ nie może być większa niż π , a więc pojawia się sprzeczność. Jak ją rozwiązać?